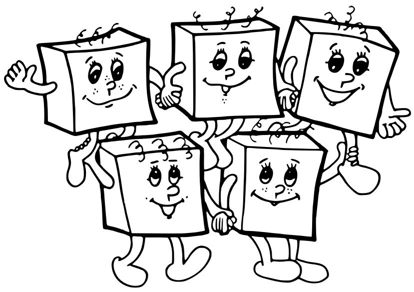
# OLYMPIÁDA V INFORMATIKE

NA STREDNÝCH ŠKOLÁCH

http://oi.sk/



**tridsiaty šiesty ročník**

školský rok 2020/2021

**zadania celoštátneho kola, deň 2**

**kategória A**

### Priebeh celoštátneho kola

Celoštátne kolo 36. ročníka Olympiády v informatike, kategórie A, sa koná v dňoch 25.-28. marca 2020. Na riešenie úloh druhého, praktického dňa majú súťažiaci 4,5 hodiny čistého času. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

### Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Skompilovateľný program v podporovanom programovacom jazyku. Ak sa váš program nepodarí na našom testovacom počítači skompilovať a spustiť, bude automaticky hodnotený 0 bodmi.

### Hodnotenie riešení druhého (praktického) dňa

Sú tri úlohy. Ku každej úlohe máme pripravených 10 sád testovacích vstupov. Sada vstupov pozostáva z jedného alebo viacerých testovacích vstupov. Za každú sadu vstupov, ktorej všetky vstupy (každý zvlášť) váš program správne vyrieši, získate jeden bod.
Testovanie na každom vstupe prebieha samostatne. Spustíme váš program a na štandardný vstup mu dáme konkrétne vstupné údaje. Hovoríme, že váš program daný vstup vyriešil, ak splní nasledujúce kritériá:

- Skončí skôr ako uplynie stanovený časový limit.
- Neprekročí stanovený pamäťový limit.
- Skončí korektne, nie chybou počas behu.
- Dáta, ktoré vypíše na štandardný výstup, tvoria korektný výstup, zodpovedajúci danému vstupu.
- Nebude používať žiadne funkcie zakázané kvôli bezpečnosti testovacieho systému.

Počas súťaže môžete priebežne odovzdávať svoje riešenia. Odovzdané riešenie bude otestované a dozviete sa svoj bodový zisk. (V prípade preťaženia testovača môžu organizátori obmedziť toto priebežné testovanie na vhodnú podmnožinu všetkých testovacích dát.)
Po ukončení súťaže zoberieme pre každú úlohu váš posledný odovzdaný program a ten otestujeme na všetkých testovacích vstupoch. Vaše výsledné body za úlohu budú body získané týmto programom.
Sady vstupov sú navrhované tak, aby každé korektné riešenie získalo nejaké body, bez ohľadu na to, ako pomalé je. Bližšie informácie o testovacích dátach nájdete na konci zadania každej úlohy.

## A-III-4 Stolný tenis

Deti z tretej bé hrali na telesnej stolný tenis. Teraz sedia na hodine matematiky, ale na samotnú matematiku ešte neprišlo. Každý sa totiž snaží chváliť, ako je od ostatných v stolnom tenise lepší.
Napríklad Robko práve vyhlásil: „Je jasné, že som lepší ako Mirko. Ja som predsa porazil Zuzku, Zuzka vyhrala nad Jožkom a Jožko zase nad Mirkom.“ A na druhom konci triedy v tej istej chvíli Mirko tvrdí, že je lepší ako Robko, lebo predsa nad ním v priamom zápase vyhral.

Budeme predpokladať, že ak sa dieťa $x$ chváli, že je lepšie od dieťaťa $y$, tak existuje nejaká postupnosť detí $z_1, \dots, z_k$ taká, že $x = z_1$, $y = z_k$ a pre každé $i$ platí, že $z_i$ niekedy aspoň raz vyhralo nad $z_{i+1}$.
V triede je $n$ žiakov. Daných je $m$ informácií o tom, že sme počuli, ako sa žiak $v_i$ chváli, že je lepší ako žiak $p_i$.
Navrhnite algoritmus, ktorý zistí, koľko najmenej zápasov sa muselo počas telesnej odohrať.
(Každá dvojica žiakov mohla odohrať ľubovoľne veľa zápasov. Výsledky rôznych zápasov medzi sebou nijak nemusia súvisieť, je dokonca možné, že dva zápasy medzi tou istou dvojicou žiakov dopadli opačne.)

### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla $n$ a $m$. Budeme predpokladať, že žiaci sú očíslovaní od 1 po $n$.
Zvyšok vstupu tvorí $m$ riadkov. V každom z nich je jedna dvojica čísel žiakov $v_i$, $p_i$. (Môžete predpokladať, že v každej dvojici platí $v_i \neq p_i$ a že sa žiadna usporiadaná dvojica na vstupe nezopakuje.)
Vypíšte jediný riadok a v ňom najmenší počet zápasov, pre ktorý vie nastať situácia, ktorú sme pozorovali.

### Obmedzenia a hodnotenie

Sú štyri sady vstupov. Vo všetkých platí $1 \leq n \leq 10^6$ a $0 \leq m \leq 10^6$.
V prvej (za 3 body) platí dokonca $1 \leq n \leq 5$ a $0 \leq m \leq 20$.
V druhej (za 2 body) platí, že pre každú dvojicu detí $(x, y)$ na vstupe existuje aj dvojica $(y, x)$.
V tretej (za 2 body) platí, že vstup je slabo súvislý: graf, ktorého vrcholy sú deti a v ktorom pre každé $i$ sú vrcholy $v_i$ a $p_i$ spojené **neorientovanou** hranou, je súvislý.

### Príklady

**vstup**

```
3 3
1 2
2 1
3 2
```

**výstup**

```
3
```

*Jedno optimálne riešenie vyzerá tak, že sa odohrali presne tie zápasy, ktorými sa jednotlivé deti chvália: 1 vyhral nad 2, 2 vyhral nad 1 a 3 vyhral nad 2. Existujú však aj iné optimálne riešenia. Napríklad v poslednom zápase mohol 3 vyhrať nad 1, aj vtedy by sa mohol žiak 3 chváliť, že je lepší ako žiak 2.*

**vstup**

```
4 4
1 2
2 1
3 2
1 3
```

**výstup**

```
3
```

*Jedno optimálne riešenie vyzerá tak, že žiak 3 vyhral nad žiakom 1, žiak 2 vyhral nad žiakom 3 a žiak 1 vyhral nad žiakom 2.*

- *Ľahko overíme, že všetky štyri pozorované prípady chválenia sa naozaj fungujú. Napr. žiak 1 sa naozaj smie chváliť, že je lepší ako žiak 3, keďže 1 vyhral nad 2 a 2 vyhral nad 3.*
- *Pre našu sadu zápasov existujú aj ďalšie dvojice, ktoré by sa mohli chváliť, hoci na vstupe nie sú uvedené. Napr. 2 sa môže chváliť, že je lepší ako 3. Toto nám nijak neprekáža.*
- *Všimnite si tiež, že v tomto vstupe existuje aj žiak 4, ktorý sa do chválenia ani do zápasov odohraných v našom riešení vôbec nezapojil.*

## A-III-5 Elektrárne

Obyvateľov Absurdistanu už bolia ruky od generovania elektriny. Zatiaľ to totiž vedia robiť len mechanickým generátorom. Donedávna to ešte bolo zvládnuteľné, ale odkedy sa po krajine premáva elektromobil šejka Milka… Našťastie pre obyvateľstvo sa šejk práve rozhodol celú krajinu poriadne elektrifikovať.

V krajine je $n$ osád. Sú očíslované od 1 po $n$. Pre každú osadu $i$ poznáme číslo $e_i$: cenu (v miliónoch miestnych reálov) postavenia elektrárne pri osade $i$. Osada, pri ktorej stojí elektráreň, je zásobovaná elektrinou zadarmo.

Pôvodný plán bol, že každá osada dostane svoju vlastnú elektráreň. Potom však miestni inžinieri navrhli, že možno bude lacnejšie, ak do nejakých osád privedú elektrinu odinokiaľ. (Každá elektráreň vie zásobovať elektrinou ľubovoľne veľa osád a to, koľko ich zásobuje, sa nijak neprejaví na cene jej stavby.)

Na základe geografického prieskumu bolo navrhnutých $m$ dvojíc osád, medzi ktorými by bolo bezpečné a rozumne lacné natiahnuť vedenie vysokého napätia: prepojiť osady $x_i$ a $y_i$ by stálo $c_i$ miliónov reálov.

Mesto nie je potrebné pripojiť k elektrárni priamo. Teda ak natiahneme vedenie medzi osadami $A$ a $B$ aj medzi $B$ a $C$, jediná elektráreň postavená pri hociktorej z osád $A$, $B$, $C$ zvládne zásobovať elektrinou všetky tri osady.

### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla $n$ a $m$. V druhom riadku vstupu sú ceny $e_1, \dots, e_n$. Zvyšok vstupu tvorí $m$ riadkov popisujúcich možnosti kde postaviť vedenie. Každý z nich je tvaru „$x_i$ $y_i$ $c_i$“. Pre každé vedenie platí $x_i \neq y_i$. Všetky neusporiadané dvojice $\{x_i, y_i\}$ sú navzájom rôzne. Všetky ceny sú kladné celé čísla.

Vypíšte jeden riadok a v ňom najmenšiu možnú celkovú cenu elektrifikácie celého Absurdistanu (v miliónoch reálov). Pozor, tento výsledok sa nemusí zmestiť do 32-bitovej celočíselnej premennej.

### Obmedzenia a hodnotenie

Vo všetkých vstupoch platí $1 \leq n \leq 10^5$, $0 \leq m \leq 3 \cdot 10^5$, $\forall i : 1 \leq e_i \leq 10^6$ a $\forall i : 1 \leq c_i \leq 10^6$.

Sú tri sady vstupov: za 3, 3 a 4 body.

V sade 1 navyše platí, že osady tvoria za radom očíslovanú cestu: $m = n - 1$ a $\forall i : (x_i, y_i) = (i, i + 1)$.

V sade 2 navyše platí, že cena každej elektrárne je väčšia ako cena každého vedenia: $\min_i e_i > \max_j c_j$.

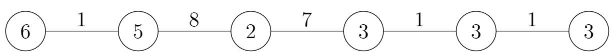
### Príklady

**vstup**

```
6 5
6 5 2 3 3 3
1 2 1
2 3 8
3 4 7
4 5 1
5 6 1
```

**výstup**

```
13
```



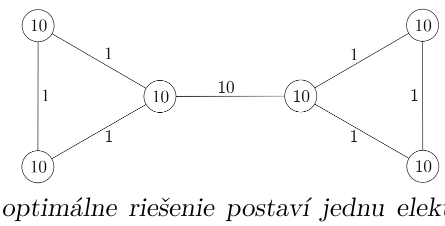

*Krúžky sú zľava doprava osady 1 až 6, čísla na obrázku sú ceny stavieb. Jedno optimálne riešenie postaví elektrárne v osadách 2, 3 a 6 a vedenia 1-2, 4-5 a 5-6.*

**vstup**

```
6 7
10 10 10 10 10 10
1 2 1
2 3 1
1 3 1
4 5 1
5 6 1
4 6 1
1 4 10
```

**výstup**

```
24
```




*Jedno optimálne riešenie postaví jednu elektráreň v ľubovoľnej z osád 1 až 3 (na obrázku vľavo), druhú v ľubovoľnej z osád 4 až 6 (na obrázku vpravo) a potom prepojí napr. osady 1-2, 1-3, 4-5 a 4-6. Iné optimálne riešenie namiesto jednej z elektrární postaví ešte aj drahé vedenie 1-4.*

**vstup**

```
2 0
5 3
```

**výstup**

```
8
```

## A-III-6 Vianočné trhy

Už teraz rozmýšľame, ako spraviť najbližšie vianočné trhy tak, aby sa na nich nikde nehromadili ľudia. Aktuálny plán je, že budeme mať len jeden oplotený rad stánkov. Dnu sa bude púšťať len jedného človeka za minútu. Keď už ste dnu, musíte pri každom stánku stráviť presne minútu a potom sa posunúť k ďalšiemu (a tak spraviť miesto pre ďalšieho návštevníka).

Na trhu je miesto pre $n$ stánkov. Tie si očíslujeme od 1 po $n$ v poradí, v akom okolo nich návštevníci pôjdu. Postupne bude na trhy vpustených $t$ návštevníkov. Minúty, počas ktorých sú trhy otvorené, budeme tiež číslovať začínajúc od 1. Teda prvý návštevník strávi minútu 1 pri stánku 1, minútu 2 pri stánku 2, a tak ďalej.

Každý stánok už má vypísané svoje otváracie hodiny. Na vstupe dostanete $m$ trojíc $(s_i, z_i, k_i)$ hovoriacich, že stánok $s_i$ bude mať otvorené počas minút s číslami od $z_i$ po $k_i$ vrátane. Pre každý stánok môžete dostať aj viacero takýchto intervalov. Ak sa tak stane, je zaručené, že budú disjunktné.

Naša otázka je jednoduchá: ak si dobre zvolíme minútu, kedy vstúpiť na trhy, koľko najviac otvorených stánkov vieme stretnúť?

### Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla $n$, $t$ a $m$. Zvyšok vstupu tvorí $m$ riadkov, v $i$-tom z nich sú čísla $s_i$, $z_i$ a $k_i$.

Vypíšte jeden riadok a v ňom najväčší možný počet otvorených stánkov ktoré sa dajú stretnúť za jednu návštevu.

### Obmedzenia a hodnotenie

Vo všetkých vstupoch platí $1 \leq n, t, m$ a $1 \leq z_i \leq k_i \leq n + t$.

V tabuľke je o každej sade vstupov uvedené, aké dodatočné horné obmedzenia pre veľkosť premenných v nej platia a koľko za ňu dostanete bodov.

| *body* | $n$ | $t$ | $m$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 10 | 10 | 10 |
| 2 | $10^5$ | $10^5$ | 10 |
| 3 | $10^5$ | $10^5$ | $10^5$ |
| 3 | $10^5$ | $10^9$ | $10^5$ |

### Príklady

**vstup**

```
4 8 4
1 2 4
2 4 8
4 8 9
1 6 7
```

**výstup**

```
3
```

*Počas minúty 6 sme pri otvorenom prvom stánku, počas minúty 7 pri otvorenom druhom, počas minúty 8 pri zatvorenom treťom (ten je dokonca zatvorený úplne vždy) a počas minúty 9 pri otvorenom štvrtom stánku. Lepšie to zjavne nejde.*

TRIDSIATY ŠIESTY ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Anderle, Michal Forišek
Recenzia: Michal Forišek
Slovenská komisia Olympiády v informatike
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020