



Priebeh krajského kola

Krajské kolo 34. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 22. januára 2019 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci **4 hodiny čistého času**. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus.
Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku (napr. C++, Python, Java, Pascal).
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitosťou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úloh uvádzame časť „Hodnotenie“, v ktorej nájdete približné limity na veľkosť vstupných údajov. Pod pojmom „efektívne vyriešiť“ chápeme to, že váš program spustený na modernom počítači by mal dať odpoveď nanajvýš do niekoľkých sekúnd.

Údaje z tejto časti zadania by mali slúžiť hlavne na to, aby ste o riešení, ktoré vymyslíte, vedeli približne povedať, koľko bodov zaň dostanete.



B-II-1 Nepexeso

Janka a Peťu už omrzelo donekonečna hrať pexeso. Zohnali si preto v Kalifornii novú hru, ktorá precvičuje pamäť, schopnosť spájať (ne)podobné obrázky, ale aj postreh a rýchle reflexy – Nepexeso.

Hra sa hrá s dvoma balíčkami kariet. V jednom z nich je n čistých jednofarebných kariet. Tieto sa na začiatku hry uložia do jedného dlhého radu. Pozície v rade si zľava doprava očísľujeme od 1 po n .

Následne si hráči ťahajú z druhého balíčka náhodné akčné karty. Každá akčná karta má svoju farbu a sú na nej uvedené dve čísla l a r . Keď si hráč túto kartu potiahne, jeho cieľom je čo najrýchlejšie nájsť takú kartu v rade, ktorá **nemá rovnakú farbu** ako akčná kartička a zároveň leží na pozícii s číslom aspoň l ale najviac r .

Keď je Peťka na služobnej ceste, nemá sa Jano s kým hrať túto hru. Naprogramujte mu preto program, ktorý ju bude hrať s ním.

Súťažná úloha

Na vstupe dostanete popis radu n farebných kartičiek. Farby budeme označovať číslami od 1 po f . Nie všetky farby sa v rade musia objaviť, ale zato niektoré tam môžu byť aj viackrát. Následne si váš program potiahne q akčných kartičiek. Každá z nich je určená tromi celými číslami f_i , l_i a r_i – farbou a úsekom, v ktorom treba hľadať kartu inej farby. Pre každú akčnú kartu nájdite takú pozíciu p_i v rade kartičiek, že farba kartičky na pozícii p_i **nie je** f_i a zároveň platí $l_i \leq p_i \leq r_i$.

Formát vstupu a výstupu

Na prvom riadku sú tri čísla n , f a q – počet kariet v rade, počet farieb a počet vytiahnutých akčných kariet. Na druhom riadku je n medzerou oddelených čísel udávajúcich farbu kariet v rade v poradí, v akom sú položené na stole. Pre všetky tieto čísla platí, že sú v rozmedzí 1 až f .

Následuje q riadkov, na každom sú tri čísla f_i , l_i a r_i . Každý z týchto riadkov popisuje jednu akčnú kartu – jej farbu a povolený úsek. Platí, že $1 \leq f_i \leq f$ a $l_i \leq r_i$.

Pre každú akčnú kartu vypíšete ľubovoľnú jednu vyhovujúcu pozíciu p_i . Ak žiadna pozícia z daného rozsahu nevyhovuje, vypíšete namiesto toho číslo -1 .

Hodnotenie

Plný počet bodov dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n, q \leq 1\,000\,000$, a $f \leq 10^9$.

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup, v ktorom je $n, q, f \leq 100\,000$, môžete získať až 8 bodov.

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n, q \leq 100\,000$ a $f \leq 10$, môžete získať až 7 bodov.

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n, f \leq 1\,000$ a $q \leq 1\,000\,000$ môžete získať až 5 bodov.

Za akékoľvek správne riešenie dostanete aspoň 3 body.

Príklady

vstup	výstup
11 8 4 2 1 5 3 3 3 1 3 2 7 1 1 2 3 5 2 3 3 4 6 6 2 9	3 2 -1 7

Máme 11 kariet a 8 farieb, postupne sme si potiahli štyri akčné karty. Pri prvých dvoch akčných kartách nemáme na výber, musíme vybrať tú jedinou pozíciu z úseku $\langle 2, 3 \rangle$, kde sa zadaná farba f_i nenachádza. Pri tretej karte žiadne riešenie neexistuje, keďže v úseku $\langle 4, 6 \rangle$ sú iba karty farby 3. V poslednom prípade je odpoveďou ľubovoľná z pozícií 2 až 9, keďže v tomto úseku sa farba 6 nenachádza.



B-II-2 Topiaci sa sneh

Sysľa už prestal baviť korporátny život v Bratislave, zobral preto všetky svoje úspory a presťahoval sa bližšie k prírode, do útulnej chaty vo Vysokých Tatrách. Počas zimy bolo všetko ideálne, krb hrial a Syseľ si užíval lyžiarsky svah, ktorý mal vedľa chatky. Potom však prišla jar, sneh sa roztopil a Syslík si posadil do záhrady mrkvičky.

Jedného rána sa však na mrkvičkách objavila kopa snehu. Majitelia svahu si totiž povedali, že z lyžiarskej sezóny vyžmýkajú čo najviac peňazí a začali každú noc umelo zasnežovať. Syseľ sa tak každé ráno budí s tým, že na inom mieste v záhrade sa mu objavila nová kopa snehu. Vonku je však teplo, sneh sa topí a Syseľ sa bojí, aby jeho mrkvičky nezatopilo. Pomôžte mu preto vypočítať, koľko snehu sa každý deň roztopí.

Súťažná úloha

Roztápanie snehu na Sysľovej záhrade sledujete n za sebou idúcich dní. V i -te ráno sa Sysľovi objaví na záhrade kopa snehu s objemom v_i litrov. Táto kopa je vždy na inom mieste a preto sa kopy medzi sebou nijak neovplyvňujú. O i -tom dni ešte viete, ako teplo bolo počas neho. Presnejšie, viete, že počas tohto dňa sa z každej kopy odtopilo t_i litrov snehu (alebo všetok, ak ho tam bolo menej).

Vašou úlohou je pre každý deň spočítať, koľko snehu sa počas neho roztopilo a toto množstvo vypísať na výstup.

Formát vstupu a výstupu

Na prvom riadku je číslo n udávajúce počet dní, počas ktorých sledujete Sysľovu záhradu.

Na druhom riadku je n medzerou oddelených čísel v_i udávajúcich veľkosť kopy snehu, ktorá v daný deň napadala.

Na treťom riadku je n medzerou oddelených čísel t_i udávajúcich množstvo topenia v jednotlivých dňoch.

Vypíšte n medzerou oddelených čísel, i -te z nich reprezentuje množstvo snehu, ktoré sa roztopilo v i -ty deň.

Hodnotenie

Vo všetkých vstupoch platí, že $1 \leq v_i, t_i \leq 10^9$.

Plný počet bodov dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 100\,000$.

Za ľubovoľne pomalé správne riešenie môžete získať až 4 body.

Príklady

vstup

```
5
5 3 8 2 10
3 1 2 3 6
```

výstup

```
3 2 5 5 9
```

Prvé ráno sa zjavila kopa veľkosti 5 litrov. Počas prvého dňa sa z nej hneď 3 litre roztopili. Ráno druhého dňa boli na záhrade dve kopy: stará s objemom 2 litre a nová s objemom 3 litre. Počas dňa sa z každej z nich roztopil jeden liter, dokopy teda za tento deň ide o dva litre. V tretie ráno pribudla 8-litrová kopa a potom sa roztopilo $1 + 2 + 2 = 5$ litrov snehu. Vo štvrté ráno sa potom zjavila kopa veľkosti 2 litre. Počas štvrtého dňa sa potom roztopia tri litre zo staršej kopy a celá nová kopa.



B-II-3 O Miškovej sestre

Keď už boli Miško s Jankou o čosi starší, hrali sa s kockami spolu. Pripomeňme si, že majú n kociek a na každej z nich je napísané nejaké slovo. Z domáceho kola si možno pamätáte, že Miškovi sa páči, ak na seba slová nadväzujú – teda ak posledné písmeno slova je rovnaké ako prvé písmeno nasledujúceho. Janke sa páči presný opak – také dvojice slov, ktoré sa nepáčia Miškovi. Rad kociek sa Janke páči vtedy, ak sa jej páči každá dvojica susedných kociek v ňom.

Miško raz zoradil všetkých n kociek do jedného dlhého radu. Nemal v tom žiadny systém, naskladal ich ako prišlo. Janka sa rozhodla, že z Miškovho radu niektoré (možno žiadne, možno naopak aj všetky) kocky vyhodí. Tie, ktoré zostanú, potom stlačí dokopy tak, aby zachovala ich pôvodné poradie a vyrobila nový, zrejme o čosi kratší rad kociek.

Súťažná úloha

Napište program, ktorý vypočíta, koľkými spôsobmi vie Janka vyhodiť nejakú podmnožinu kociek tak, aby sa jej výsledný rad páčil.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu je číslo n : počet kociek. V každom z nasledujúcich n riadkov je jeden nanajvýš 10-znakový reťazec: slová uvedené na kockách v poradí, v akom ich Miško uložil do radu.

Na výstup vypíšete jedno číslo: počet podmnožín kociek, ktoré majú tú vlastnosť, že ak ich Janka vyhodí, tak sa jej bude páčiť rad tvorený ostatnými kockami (v ich pôvodnom poradí).

Obmedzenia a hodnotenie

Pri odhade časovej zložitosti okrem počtu kociek n použite aj premennú a : veľkosť použitej abecedy, čiže počet rôznych písmen, ktoré sú na kockách použité. (Např. ak by sme používali len malé písmená anglickej abecedy, bolo by $a = 26$.)

Pri písaní programu môžete predpokladať, že sa vám všetky medzivýsledky zmestia do bežných celočíselných premenných a že základné operácie s nimi (např. sčítanie a násobenie) vieme robiť v konštantnom čase.

Za ľubovoľné korektné riešenie úlohy, ktoré by v rozumnom čase vyriešilo ľubovoľný vstup s $n \leq 20$, môžete získať aspoň 4 body.

Za ľubovoľné korektné riešenie úlohy, ktoré by v rozumnom čase vyriešilo ľubovoľný vstup s $n \leq 10\,000$ a $a = 26$, môžete získať aspoň 8 bodov. Obzvlášť ide o riešenie, ktorého počet krokov je priamo úmerný $n \cdot a$.

Plný počet bodov udelíme za riešenie, ktorého počet krokov je priamo úmerný $n + a$.

Príklady

vstup

```
3
zlna
abba
auto
```

výstup

4

Janka buď vyhodí všetky tri kocky (jedna možnosť), alebo ľubovoľné dve (tri možnosti). Ak by totiž hoci-ktoré dve nechala, vznikne dvojica slov, z ktorých prvé končí a druhé začína na a, a to sa Janke nepáči.

vstup

```
3
car
dog
road
```

výstup

7

Janka má na výber osem možností, ktoré kocky vyhodí a ktoré nechať. Len jediná z nich vyrobí rad, ktorý sa jej nebude páčiť: ak vyhodí len kocku so slovom dog, vznikne rad, v ktorom za sebou nasleduje slovo končiacie na r a slovo začínajúce na r.



B-II-4 Šimon a vesmírna stanica

Šimonove útrapy pokračujú. Jedného dňa išiel spokojne spať vo svojej posteli, ale keď sa ráno zobudil, bol na akejsi vesmírnej stanici.

Z reproduktoru sa ozval hlas, ktorý Šimonovi strojovo znejúcou rečou oznámil nasledovné informácie: Vesmírnu stanicu tvorí n identických miestností nazývaných moduly. V každom module je na stropce svetlo, ktoré buď svieti, alebo je zhasnuté. Moduly sú zapojené do kruhu. Z každého modulu vedú prechodové komory do dvoch iných: jedna do nasledujúceho modulu v smere ručičiek, druhá proti smeru.

Šimon nepozná číslo n a nevie nič o tom, v ktorých moduloch je teraz rozsvietené a v ktorých zhasnuté svetlo. Navyše je navlečený v skafandri a nevie si po vesmírnej stanici nechávať žiadne značky. Našiel ale, kde sa v module nachádza vypínač svetla. V každom module si teda vie (ľubovoľne veľa krát) prepnúť svetlo zo zapnutého na vypnuté a zase naspäť.

Podúloha A (1 bod). Nájdite ľubovoľný postup, ktorým Šimon zistí, či je modul práve jeden alebo ich je viac.

(Ak stanicu tvorí len jeden modul, tak jediná prechodová komora spája jedny jeho dvere s druhými. Ak teda Šimon opustí miestnosť jedným koncom, vôjde druhým koncom do tej istej miestnosti. Ale samozrejme všetky miestnosti vyzerajú rovnako.)

Podúloha B (1 bod). Nájdite ľubovoľný postup, ktorým Šimon zistí, či sú moduly aspoň tri.

Podúloha C (6 bodov). Nájdite ľubovoľný postup, ktorým Šimon vie zistiť presnú hodnotu n , bez ohľadu na to, aká je veľká.

Podúloha D (2 body). Nájdite také riešenie predchádzajúcej podúlohy, pri ktorom Šimonovi stačí spraviť nanajvýš $20n + 47$ akcií.