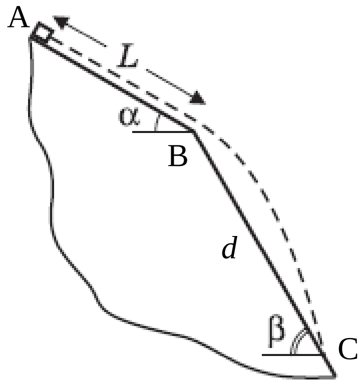
59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
Kategória C – domáce kolo
Text úloh – preklad do maďarského jazyka

1. Jégdarab a tört felületű tetőn

A családi ház tört tetőfelületét két sík alkotja, amelyek a vízszintes síkkal $\alpha = 30°$-os ill. $\beta = 60°$-os szöget zár (C–1 ábra). Az A pontban, $L = 80$ cm távolságban a B ponttól, olvadáskor levált egy jégdarab, és lefelé csúszott a tetőn. Elérve a tető tört részét a B pontban, τ ideig repült a levegőben, majd a C pontban a tető meredekebb részére zuhant. A tető és a jégdarab között fellépő súrlódási tényező $f = 0{,}29$ volt.



C–1 ábra

a) Határozzák meg a jégdarab v_0 sebességét a B pontban!

b) Határozzák meg a τ időtartamot, amíg a jégdarab a levegőben repült!

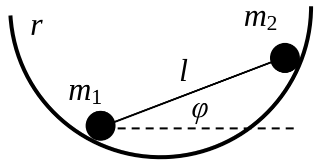
c) Határozzák meg, mekkora d távolságban volt a C pont a B ponttól, és fejezzék ki az a) és b) részekben kiszámított v_0 és τ mennyiségek segítségével!

A feladatot oldják meg általánosan, majd az adott értékekre: $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. A légellenállás elhanyagolhatóan kicsi.

2. Két golyó nyugalmi állapota a tálban

Egy tálba, amelynek belső felülete egy sima r sugarú gömb, egy m_1 tömegű és egy m_2 tömegű golyót helyezünk – a golyókat egy l hosszúságú kis tömegű szilárd rúd köti össze (C–2 ábra).

Tételezzék fel, hogy a golyók és a tál felülete közt fellépő súrlódási erő elhanyagolhatóan kicsi!



C–2 ábra

a) Másolják le C ábrát, és ábrázolják benne vektorokkal a golyókra ható összes erőt! Nevezzék ezeket az erőket!

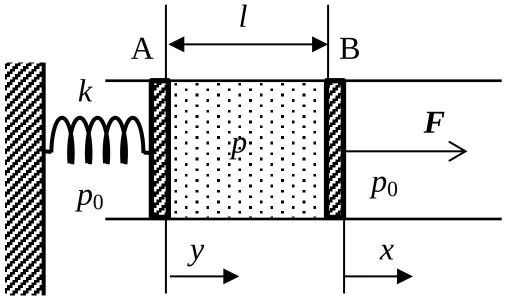
A rúddal összekötött golyókat a tálba helyezve a golyók egyensúlyi helyzetbe kerülnek – ekkor a rúd a vízszintes síkkal φ szöget zár!

b) Írják le a rendszer nyugalmi állapotának feltételeit az erők és erőnyomatékok segítségével!

c) Határozzák meg a φ szöget, amelynél a rendszer nyugalomban van, valamint az F_T erő nagyságát, amellyel a rúd hat a golyókra, ha $m_1 = 30\ \mathrm{g}, m_2 = 20\ \mathrm{g}, l = 25\ \mathrm{cm}, r = 20\ \mathrm{cm}$!

3. A dugattyú pneumatikus irányítása

Az A dugattyú egy k merevségű rúgóval támaszkodik a merev falhoz. Az A és B dugattyúk között, egy rögzített hengerben, levegő van. A hengerben mindkét dugattyú mozoghat (lásd a C–3 ábrát). A kísérlet elején a hengerben levő levegő p nyomása a külső p_0 légköri nyomással egyenlő, és a hengerben levő légoszlop hossza l_0. Az acélhenger hővezetőképessége kicsi. A dugattyúk S keresztmetszete megegyezik a henger belső keresztmetszetével.



C–3 ábra

a) A jobboldali dugattyú (B) egyenletes mozgással kezd mozogni az $\boldsymbol{F}$ erő irányában. Írják le, milyen folyamat zajlik le a dugattyúk közötti levegőben, ha a B dugattyú (i) nagyon lassan mozog, és milyen, ha (ii) nagyon gyorsan mozog!

Jelöljük a B dugattyú kimozdulását a kezdeti állapotából x-vel, az A henger kimozdulását a kezdeti helyzetéből pedig jelöljük y-val!

b) Az (i) esetben a B dugattyú nagyon lassan mozog. Vezessék le a B dugattyú x elmozdulását y értékének $x = f(y)$ függvényeként!

c) Az (ii) esetben a B dugattyú nagyon gyorsan mozog. Vezessék le a B dugattyú x elmozdulását y értékének $x = g(y)$ függvényeként!

d) Szerkesszék meg közös grafikonban az $x = f(y)$ és $x = g(y)$ függvényeket az $S = 13\ \text{cm}^2$, $p_0 = 100\ \text{kPa}$, $k = 500\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$, $l_0 = 20\ \text{cm}$ és a levegő adiabatikus állandójának $\kappa = 1{,}4$ értékére! Határozzák meg a grafikonból y értékét mindkét esetben, ha $x = 50\ \text{cm}$!

Tételezzék fel, hogy a levegő ideális gáz, a dugattyúk és a henger közt fellépő súrlódás elhanyagolhatóan kicsi! Tételezzék fel továbbá, hogy a gáz a dugattyúk mozgása közben termodinamikai egyensúlyi állapotban van, és a két dugattyú egyidejűleg azonos irányban mozog!

4. Az esés elemzése, ha légellenállás lép fel – *kísérleti feladat*

Miközben a testek a levegőben mozognak, légellenállás hat rájuk. A kerékpározás közben szerzett tapasztalataink alapján tudjuk, hogy a közegellenállási erő a sebesség növekedésével nő. A közegellenállás a testek zuhanásakor is megnyilvánul, pl. az ejtőernyősök mozgásában, vagy amikor az esőcseppek esnek.

A kísérleti feladat a szabadon eső testek mozgását vizsgálja. A kísérlet végrehajtásához igen alkalmas egy kis, 20 mm sugarú hungarocellből (polisztirolból) készített golyó. Nem szükségszerű, hogy pontosan gömb alakú legyen — előállíthatjuk egy hungarocell kockából (a kocka élének hossza 40 mm), lecsiszolva a kocka sarkait. Határozzák meg mérleg segítségével a golyó m tömegét (a várható érték 1,5 g körüli)! Mivel a golyó mozgása szabadeséskor gyors, készítsenek felvételt a golyó mozgásáról!

Erősítsenek a falra egy 2–2,5 m hosszúságú függőleges hosszmérőt (mérőszalagot)! Állítsák fel a digitális videofelvételre is alkalmas fényképezőgépet a faltól nagy, 5-10 méteres távolságban! Indítsák el a fényképezőgépet, majd engedjék el a hosszmérték 2,5 m-es magasságban levő végénél tartott golyót! A fényképezőgépek videofelvételnél nagyjából 30 felvételt készítenek másodpercenként (a pontos értéket megtalálják a beállítások menüpont alatt). Elemezzék a felvételt számítógépen, képről képre! Határozzák meg minden felvételen a golyó elengedésétől eltelt t időt, valamint a golyó által megtett x utat a felvételen látható hosszmérő segítségével! Az adott eljárással 1 másodpercnyi felvételből 30 mérési eredményt kapnak. A t és x értékeket jegyezzék le jól áttekinthető táblázatba!

a) Szerkesszék meg az $x = f_1(t)$ függvény grafikonját!

b) A táblázatot egészítsék ki egy oszloppal, amelybe a golyó $v = \Delta x/\Delta t$ sebességét írják, ahol a Δx és Δt értékeit határozzák meg a táblázat egymást követő sorainak x és t adataiból (numerikus deriváció)! Szerkesszék meg a $v = f_2(t)$ függvény grafikonját, és hasonlítsák össze a légellenállás nélküli szabadesés $v = gt$ sebesség grafikonjával!

c) Írják a táblázat következő oszlopába az $a = \Delta v/\Delta t$ gyorsulás értékeit! Szerkesszék meg az $a = f_3(t)$ függvény grafikonját, és hasonlítsák össze a légellenállás nélküli szabadesés $a = g$ gyorsulásával!

d) Írják a táblázat következő oszlopába az $\boldsymbol{F}_\mathrm{o}$ közegellenállási erő $F_\mathrm{o} = m(g - a)$ nagyságát!

e) Tételezzék fel, hogy a közegellenállási erő nagyságát az $F_\mathrm{o} = kv^n$ függvény írja le! Határozzák meg k és n értékét! Ezen értékek meghatározásához célszerű az összefüggést linearizálni — bevezetjük az $y = \log v$ és $z = \log F_\mathrm{o}$ változókat. Így a következő lineáris összefüggést kapjuk: $z = by + c$, amely grafikonja egy egyenes.

f) Egészítsék ki a táblázatot a $\log v$ és $\log F_\mathrm{o}$ értékekkel, majd ábrázolják ezeket az értékek az y,z tengelyű grafikonban! Szerkesszék meg az így kapott pontokon optimálisan áthaladó egyenest (lineáris regresszió), majd határozzák meg b és c értékeket! Számítsák ki k és n értékét b és c értékéből!

A kísérletet ismételjék meg pingpong labdával (sugara 20 mm, tömege 2,7 g), majd ugyanezzel a labdával, amelyet vízzel töltöttek meg (sugara 20 mm, tömege 35 g)! Hasonlítsák össze az azonos méretű de eltérő tömegű testekre kapott eredményeket! Mikor lehet a számításokban elhanyagolhatni a közegellenállást?

5 A Mars

A Mars, 2016. május 22-ei Földközelségekor, a Földről megfigyelve, a szögátmérője $\varphi = 17{,}8''$ (szögmásodperc) volt. A bolygót már ismerték az ókorban is – színe miatt a rómaiak a háború istenéről Marsnak nevezték el. A bolygónak két holdja van, Deimosz (rettegés) és Phobosz (félelem) – Mars isten fiainak neve.

Megfigyelésekből a következő adatokat tudjuk: a Mars Nap körüli keringési ideje $T_\mathrm{M} = 686{,}96$ nap (hasonlítsák össze a Föld $T_\mathrm{Z} = 365{,}25$ napos keringési idejével, miközben a Föld $R_\mathrm{Z} = 1{,}50 \times 10^{11}$ m sugarú körpályán mozog); a Mars forog a saját tengelye körül – egy egyenlítőn lévő pont kerületi sebessége $v_\mathrm{r} = 868{,}22\ \mathrm{km\,h^{-1}}$; a Deimosz $R_\mathrm{D} = 26\,460$ km sugarú körpályán kering a Mars körül és keringési ideje $T_\mathrm{D} = 30{,}35$ h.

Határozzák meg, a feltüntetett adatok segítségével, a következőket:

a) a Mars M_M tömegét és ρ_M átlagsűrűségét,

b) a Mars következő Földközelségének időpontját,

c) a $g_{\mathrm{M}0}$ nehézségi gyorsulást a Mars pólusain, és a g_{Mr} nehézségi gyorsulást a Mars egyenlítőjén,

d) az eredményeket hasonlítsák össze a szakirodalomban található értékekkel és a különbséget magyarázzák meg!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre! A gravitációs állandó $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\mathrm{N\,m^2kg^{-2}}$. Tételezzék fel, hogy a Föld, és Mars körpályán kering a Nap körül, a Deimosz pedig körpályán kering a Mars körül, valamint, hogy a Föld és Mars Nap körüli pályája ugyanabban a síkban fekszik, és a Mars alakja tökéletes gömb!

6. Jégkorong

A szlovák jégkorongozó Zdeno Chára a 2012-ben az NHL-ben előtt korongjának sebessége világcsúcsot ért el, a korong sebessége $v_\mathrm{m} = 175{,}1\ \mathrm{km/h}$ volt.

A jégkorongpálya méretei $d_1 \times d_2 = 60{,}00\ \mathrm{m} \times 30{,}00\ \mathrm{m}$. A kapuk gólvonala (alapvonal) a hátsó palánktól $d_3 = 4{,}00\ \mathrm{m}$ távolságban van. A gólvonalak közti jégfelületet a piros középvonal két térrészre, a kék vonalak három harmadra osztják. A saját kapuhoz közel eső harmad a védelmi harmad, a legtávolabbi a támadó harmad, a két kék vonal közti harmad a középső harmad.

a) Készítsék el a jégpálya vázlatos rajzát, bejelölve rajta a játék fontos vonalait és pontjait, a megadott, valamint kiszámított értékeket!

b) Zdeno Chára a korongot a támadó harmad kék vonalának közepéről lövi ki a kapura v_m sebességgel. Határozzák meg mennyi idő alatt (t_m) teszi meg a korong a kékvonal és kapu közti távolságot, amely alatt a kapusnak reagálnia kell a lövésre, ha hárítani akarja!

A mérkőzés végén, kapus nélküli játékban, a védekező játékos megszerezte a korongot a saját védelmi kék vonalának közepén, és úgy döntött, hogy ellövi a korongot az ellenfél üres kapujába. A másik kék vonal közepén álló ellenfél védője azonban takarta a kaput, ezért úgy döntött, hogy az oldalon lévő palánkról visszapattanva küldi a korongot a kapuba.

c) Mekkora, a középvonaltól számított, x távolságban kell eltalálnia a palánkot, hogy a korong, onnan elpattanva, a kapu közepét találja el? A korong pályáját jelöljék be az ábrába! Jelöljék be a palánktól mért α és β szögeket, amely alatt a korong eltalálja a palánkot és amely alatt elpattan tőle!

d) A játékos $v_2 = 100\ \mathrm{km/h}$ sebességgel lőtte el a korongot. Lehetséges, hogy az ellenfél védője visszaérjen a kapuhoz, a c) részfeladatban leírt helyzetből, és megakadályozza, hogy a korong a kapuba találjon? A védő a védelmi kék vonal közepe és gólvonal közti távolságot $t_0 = 2{,}10\ \mathrm{s}$ alatt képes megtenni.

Tételezzék fel, hogy a palánkon megpattanó korong sebességének palánkkal párhuzamos összetevője nem változik, a palánkra merőleges része azonban $p = 0{,}75$ arányban csökken a visszapattanás következtében. A korong egész idő alatt csúszik a jégfelületen, a korong és jég között fellépő súrlódási tényező $f = 0{,}0500$. A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

7. Meteoroiddal való ütközés

Az űrben az űrhajókra nagy veszélyt jelent kis testekkel való ütközések lehetősége. Tételezzük fel, hogy az űrhajón levő levegő térfogata $V = 1\,000\ \mathrm{m^3}$, nyomása $p = 1{,}00 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$, hőmérséklete 27 °C. Az űrhajót eltalálja egy kis meteoroid, és $S = 1{,}00\ \mathrm{cm^2}$ keresztmetszetű lyukat üt az űrhajó falán. A lyukon keresztül szökik a levegő az űrhajóból.

Határozzák meg mennyi idő alatt (τ) csökken az űrhajón levő légnyomás az eredeti p_0 nyomás 1,00 %-kával.

A moláris gázállandó $R = 8{,}31\ \mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$, a levegő moláris tömege $M_\mathrm{m} = 29 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg\,mol^{-1}}$. Az űrhajó belsejében uralkodó hőmérsékletről tételezzék fel, hogy állandó, és a levegő lamináris áramlással távozik a nyíláson!

59. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie C*

Autori návrhov úloh:	Ľubomír Konrád 1, 2, 3, 6, 7, Ivo Čáp 4, 5
Spracovanie návrhov úloh a riešení:	Ivo Čáp, Ľubomír Konrád
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018