62. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2020/2021
krajské kolo kategória E

Riešenie úloh

1. Cykloturistika

Riešenie:

a) Označíme s vzdialenosť medzi mestami A, B. Pre čas t_{AB} jazdy skupinky z mesta A do mesta B máme

$$t_{AB} = \frac{s}{v_{AB}} = \frac{s}{3v_1} + \frac{s}{3v_2} + \frac{s}{3v_3} = \frac{s}{3}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right).$$

Z toho pre v_{AB} máme

$$v_{AB} = \frac{3}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}} = \frac{3\,v_1\,v_2\,v_3}{v_1\,v_2 + v_1\,v_3 + v_2\,v_3}\,. \qquad \text{2 b}$$

Pre dané hodnoty $v_{AB} \approx 25$ km/h. 1b

b) V druhom prípade, pre jazdu skupinky z mesta B do mesta A platí

$$s = v_{BA}\,t_{BA} = v_1\frac{t_{BA}}{3} + v_2\frac{t_{BA}}{3} + v_3\frac{t_{BA}}{3} = \frac{t_{BA}}{3}\left(v_1 + v_2 + v_3\right)$$

Z toho pre priemernú rýchlosť v_{BA} máme

$$v_{BA} = \frac{1}{3}\left(v_1 + v_2 + v_3\right) \qquad \text{2 b}$$

Pre dané hodnoty $v_{BA} = 30$ km/h. 1 b

c) Pre celkový čas jazdy $t_c = t_{AB} + t_{BA}$ máme

$$t_c = \frac{s}{v_{AB}} + \frac{s}{v_{BA}}\,.$$

Pre celkovú dĺžku trasy máme

$$d = 2s = 2t_c\,\frac{v_{AB}\,v_{BA}}{v_{AB} + v_{BA}}\,.$$

Pre dané hodnoty $d \approx 105$ km. 2 b

d) Pre čas jazdy skupinky z mesta A do mesta B z a) vyplýva

$t_{AB} = \dfrac{d}{2v_{AB}}$. Pre vypočítané hodnoty $t_{AB} \approx 2{,}10$ h = 2 h 6 min. 1 b

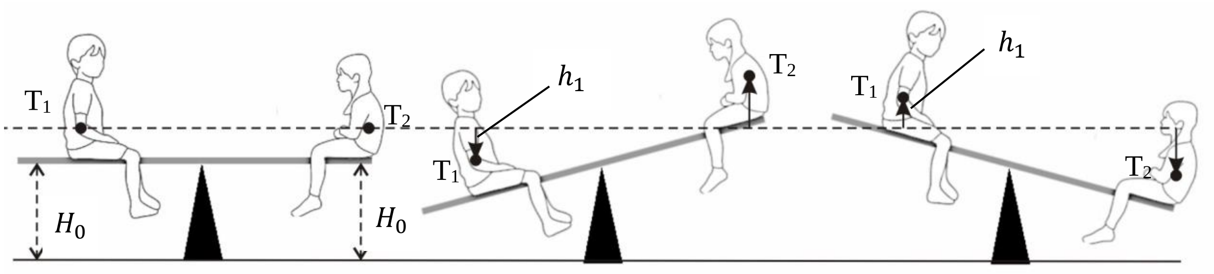
Pre čas jazdy späť

$t_{BA} = \dfrac{d}{2v_{BA}}$. Pre vypočítané hodnoty $t_{BA} \approx 1{,}75$ h = 1 h 45 min 1 b

2. Hojdačka

Riešenie:

a) Obr. RE-1, polohy T_1, T_2 sú ťažiská Petra a Janky. 1b



Obr. RE–1

b) Označíme $H = H_0 + \Delta H = 60$ cm. Potenciálna energia detí v polohe A
$E_{\mathrm{pA}} = m_1\, g\, H + m_2\, g\, H = (m_1 + m_2)\, g\, H \approx 390\ \mathrm{J}$. 1b
Ťažiská detí v polohe B hojdačky sú vo výške
$H_{1\mathrm{B}} = H - h_1 \approx 45$ cm (Peter) a $H_{2\mathrm{B}} = H + h_1 \frac{l/2}{d_1} \approx 80$ cm (Janka).
Pre potenciálnu energiu detí máme
$E_{\mathrm{pB}} = m_1 g H_{1B} + m_2 g H_{2B} \approx 345\ \mathrm{J}$. 2b
Podobne ako v prípade b), určíme potenciálnu energiu E_{pC} pre polohu C
$H_{1\mathrm{C}} = H + h_1 \approx 75$ cm a $H_{2\mathrm{C}} = H - h_1 \frac{l/2}{d_1} \approx 40$ cm.
Pre potenciálnu energiu dostaneme $E_{\mathrm{pC}} = m_1 g H_{1\mathrm{C}} + m_2 g H_{2\mathrm{C}} \approx 435\ \mathrm{J}$. 2b

c) V polohe A sú deti na hojdačke v pokoji, ich pohybová energia je nulová a potenciálna energia E_{pA} je rovná ich celkovej energii. Bez vonkajšieho zásahu sa nemôžu dostať do takej polohy, v ktorej by ich potenciálna energia bola väčšia, než ich celková. Nemôžu sa teda dostať do polohy C, len do polohy B (časť potenciálnej energie sa premení na pohybovú energiu). Obdobnou úvahou prichádzame k záveru, že zo začiatočnej polohy B sa nemôžu dostať ani do polohy A ani do polohy C. Zo začiatočnej polohy C sa môžu dostať do polohy A, aj polohy B. 2b

d) Peter sa musí posunúť tak, aby v pozíciách A, B aj C mali obaja stále rovnakú potenciálnu energiu, keď h_1 má akúkoľvek malú hodnotu. Označme d_2 jeho vzdialenosť od stredu dosky. Bude platiť (rovnosť energii v polohách A a B)

$$m_1 g H + m_2 g H = m_1 g (H - h_1) + m_2 g \left(H + \frac{h_1 l}{2\, d_2}\right),$$ resp.

$$m_1 g H + m_2 g H = m_1 g (H - h_1) + m_2 g \left(H + \frac{h_1 l}{2\, d_2}\right).$$

V oboch prípadoch dostávame $d_2 = \frac{m_2}{m_1}\frac{l}{2} \approx 60$ cm . 2b

Poznámka 2: Pri riešení časti d) riešiteľ môže použiť aj iný postup, než porovnanie energii – musí však byť fyzikálne správny.

3. Miešanie vody s rôznymi teplotami

Riešenie:

a) Po premiešaní vody v druhej nádobe teplota sa ustáli na hodnote t_2'. V tomto prípade je výhodné vychádzať zo zákona zachovania energie: teplo Q_1 odovzdané vodou z prvej nádoby je rovné teplu Q_2 prijatému vodou v druhej nádobe. Keďže konečná hmotnosť vody v nádobách je rovnaká ako na začiatku, dostávame

$$c\, m_1\, (t_1 - t_1') = c\, m_2\, (t_2' - t_2), \qquad (1)$$

kde m_1 = 5,0 kg, m_2 = 1,0 kg sú hmotnosti vody v nádobách.

Z rovnosti (1) máme

$$t_2' - t_2 = \frac{m_1}{m_2}(t_1 - t_1'),$$

$$t_2' = \frac{m_1}{m_2}(t_1 - t_1') + t_2\,. \qquad \text{3b}$$

Pre dané hodnoty veličín t_2' = 25 °C. 2b

b) Označme Δm_1 hmotnosť vody, ktorú prelejeme z prvej do druhej nádoby. Odovzdané teplo vody z prvej nádoby sa rovná prijatému teplu v druhej nádobe pri tepelnej výmene

$$c\, \Delta m_1\, (t_1 - t_2') = \mathrm{c}\, m_2\, (t_2' - t_2),$$

$$\Delta m_1\, (t_1 - t_2') = m_2\, (t_2' - t_2). \qquad (2)$$

Z toho máme $\Delta m_1 = m_2 \frac{t_2' - t_2}{t_1 - t_2'}$. 2b

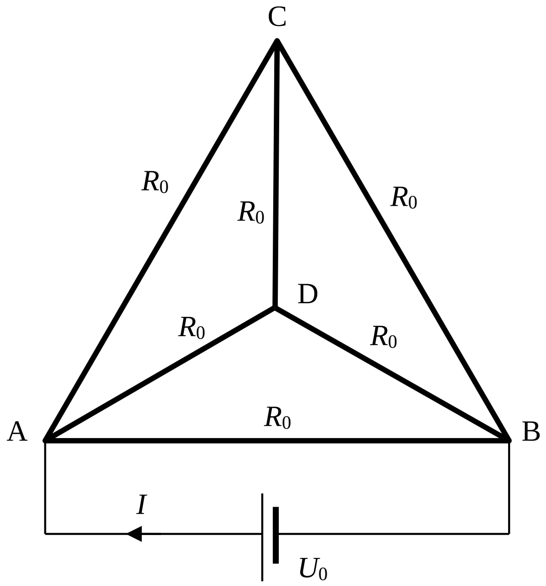
Pre dané hodnoty veličín $\Delta m_1 = \frac{1}{7}$ kg ≈ 0,14 kg. 2b

c) Ako vyplýva z textu úlohy, konečné hmotnosti vody v nádobách sú rovnaké, ako začiatočné, preto $\Delta m_2 = \Delta m_1 = \frac{1}{7}$ kg ≈ 0,14 kg. 1b

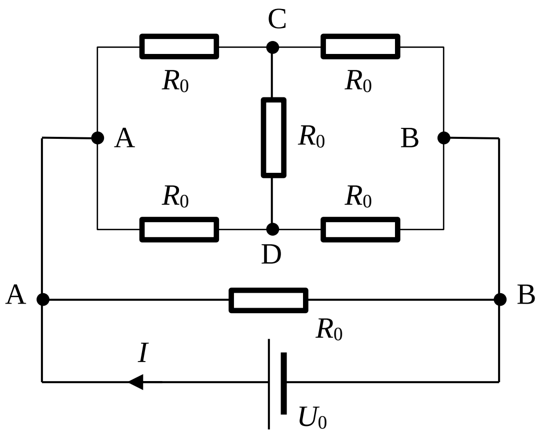
4. Sieť rezistorov

Riešenie:

a) Odpor siete R môžeme určiť analogickou metódou, ako v riešení úlohy E–6 domáceho kola fyzikálnej olympiády v tomto ročníku. Hrany štvorstena prekreslíme do rovinnej schémy, obr. RE–2 (a) alebo do schémy elektrického zapojenia obr. RE–2 (b).



(a)



(b)

Obr. RE–2

Vzhľadom na symetriu elektrického obvodu rovnaké sú príslušné elektrické napätia $U_{AC} = U_{AD} = U_0/2 = 6$ V.

Z toho vyplýva, že $U_{CD} = 0$ V a taktiež prúd touto vetvou je nulový. Vetvu CD tak možno z obvodu vynechať bez zmeny odporu R a prúdu I. Odpor R siete je potom daný trojicou paralelne spojených vetiev $2\,R_0 \parallel 2\,R_0 \parallel R_0$, a tak $R = R_0/2 = 5\ \Omega$. 4b

b) Prúd prechádzajúci zdrojom $I_0 = U_0/R = 2{,}4$ A. 1b

c) Ako vyplýva zo zdôvodnenia v časti a), vetvu CD možno odstrániť bez zmeny prúdu I, tzn. pri odstránení vetvy CD je odpor $R_1 = R_0/2$ a prúd $I_1 = I_0$ a zmena prúdu je minimálna, $\Delta I_{min} = 0$.

1 b

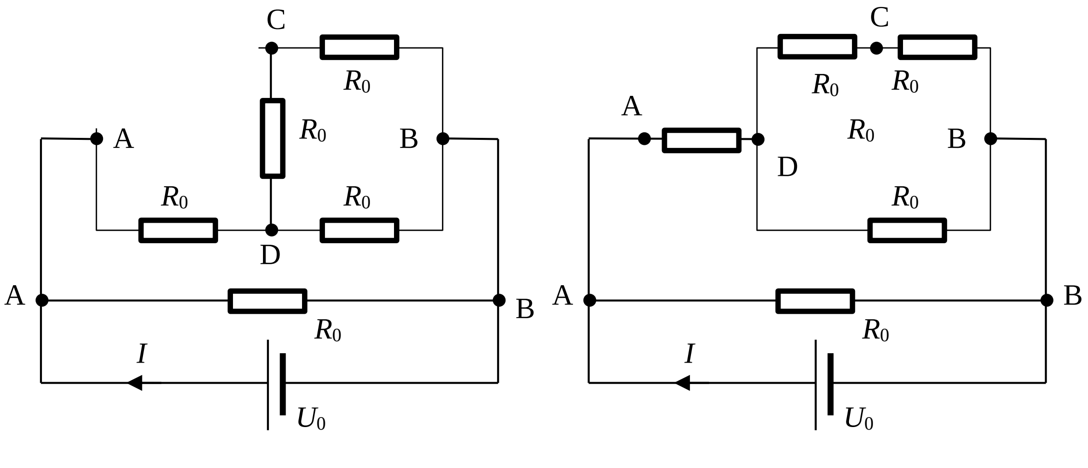
Ak zo siete odstránime vetvu AB, zostáva zvyšok siete symetrický, tzn. vetvou CD prechádza nulový prúd, takže ju možno odstrániť, a výsledný odpor je daný paralelným spojením $2\,R_0 \parallel 2\,R_0$ s výsledným odporom $R_2 = R_0$. Prúd zdroja $I_2 = U_0/R_0 = 1{,}2$ A a zmena prúdu $\Delta I = -\,1{,}2$ A.

1b

Ak odstránime zo siete jednu z vetiev AC, AD, BC alebo BD, vždy dostaneme rovnaký výsledok, obr. RE–3 (a). Obvod s vynechanou vetvou AC môžeme pre názornosť prekresliť podľa obr. RE–3 (b), kde vidíme, vetva AB s odporom R_0 je paralelná so sériovou kombináciou vetvy AD s odporom R_0 a paralelnou kombináciou vetiev DB (R_0) a DCB ($2R_0$) s odporom (2/3) R_0.

Výsledný odpor zvyšku siete $R_3 = (5/8)\,R_0$, prúd zdroja $I_3 = U_0/R_3 \approx 1{,}92$ A a zmena prúdu $\Delta I = -\,0{,}48$ A 2 b

Minimálna zmena $\Delta I_{min} = 0$ nastane pri odpojení vetvy CD, maximálna zmena $\Delta I_{max} = -\,1{,}2$ A nastane pri odpojení vetvy AB. 1 b



Obr. RE–3

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy krajského kola kategórie E*

Autori návrhov úloh: Aba Teleki (2), Daniel Kluvanec (1, 3, 4)

Recenzia a úprava úloh a riešení: Ivo Čáp

Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki

Redakcia: Daniel Kluvanec

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021