62. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2020/2021

Kategória F – domáce kolo

Riešenie úloh

1. Cesta cez dediny

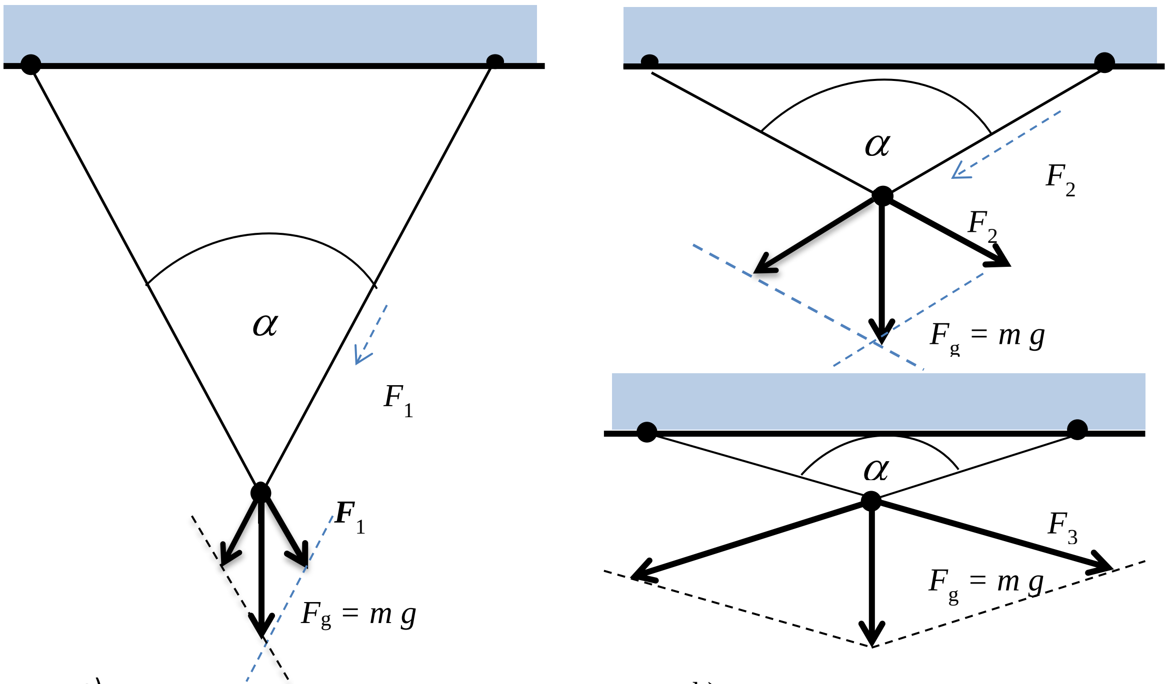
a) Pre dráhu pri jazde predpísanými hraničnými rýchlosťami platí $v_1 t_1 + v_2(t - t_1) = s$, odkiaľ máme $t_1 = \frac{v_2 t - s}{v_2 - v_1}$, pre dané hodnoty $t_1 = 24$ min. Za tento čas vozidlo prejde dráhu $s_1 = v_1\, t_1$, pre dané hodnoty $s_1 = 20$ km. 4b

b) Ak by išiel celý čas za kolónou, prešiel by dráhu s_1 rýchlosťou v_1, ale zvyšok dráhy, mimo obcí $s_2 = s - s_1 = 18$ km, rýchlosťou v_3, čo by trvalo čas $t_3 = s_2 / v_3 = 13{,}5$ min. Celkový čas $t_2 = t_1 + t_3 = 37{,}5$ min. 4 b

c) Ak by sa vodičovii podarilo predbehnúť kolónu hneď na prvom úseku mimo obce rýchlosťou v_2, prešiel by celú trasu za pôvodných $t = 36$ min, čo je o $\Delta t = t_2 - t = 1{,}5$ min menej ako pri jazde za kolónou. Čím neskôr sa mu predbiehanie podarí, tým menej času ušetrí. Kvôli skráteniu času o 90 sekund sa zrejme neoplatí riskovať. 2 b

2. Napínanie a pretrhnutie povrázku

a) Z obr. RF- 1 , je graficky znázornený rozklad gravitačnej sily F_g na dve zložky pôsobiace v ramenách závesu pre tri rôzne uhly α. Z rozkladu gravitačnej sily je zrejmé, že so zväčšujúcim sa uhlom α sa zväčšujú aj sily F_1, F_2, F_3 pôsobiace v ramenách závesu, $F_1 < F_2 < F_3$. 3b

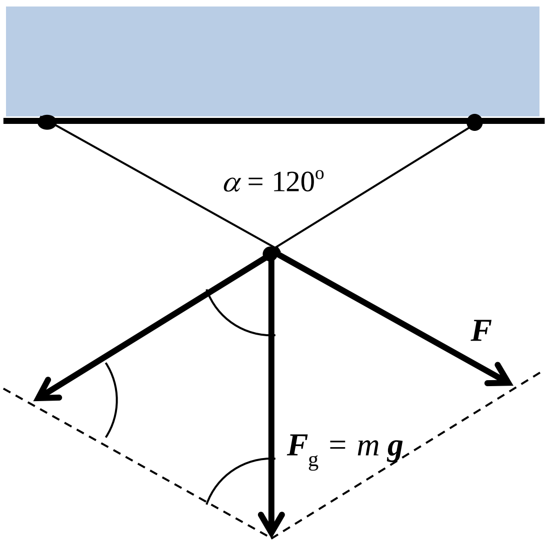


a) b)

Obr.RF - 1

3b

b) Platí to v prípade, ak rovnobežník rozkladu gravitačnej sily sa skladá z dvoch rovnostranných trojuholníkov, obr. RF- 2 . V tom prípade uhol závesu $\alpha_O = 120\,^{\circ}$.



Obr.RF - 2

c) Ak sa povrázok pretrhol, je to dôsledok pôsobenia sily hrany dlane ruky, ktorá pri veľkom uhle závesu prekročila hranicu pevnosti povrázku. 4b

3. Varenie vajíčka na mäkko

a) Aby sa voda s hmotnosťou $m_1 = \rho V = 0{,}50$ kg zohriala z teploty $t_1 = 20{,}0$ °C na teplotu $t_2 = 100$ °C, musela prijať teplo
$Q_1 = m_1\, c\, (t_2 - t_1)$. Pre dané hodnoty $Q_1 \approx 168$ kJ. 2b
Šporák dodá za $\tau_0 = 1$ s teplo $Q_\mathrm{s} = 1{,}00$ kJ, potrebný čas je preto
$\tau_1 = \frac{Q_1}{Q_\mathrm{s}} \tau_0$, pre dané hodnoty $\tau_1 = 168$ s 1b

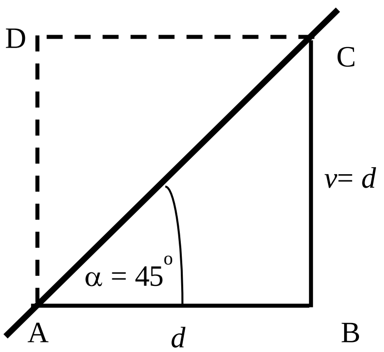
b) Po vložení vajíčok do vriacej vody príjmu vajíčka teplo Q_2 (predpokladáme, že okamžite), a zohrejú sa na teplotu t_3
$Q_2 = 4\, m\, c\, (t_3 - t_0)$ (1) 1b
Rovnaké množstvo tepla sa z vody odčerpalo, čo viedlo k poklesu teploty vody z t_2 na t_3, teda
$Q_2 = m_1\, c\, (t_2 - t_3)$. (2) 1b
Z rovnosti (1) a (2) po úprave máme
$(4\, m + m_1)\, c\, t_3 = (4\, m\, t_0 + m_1 t_2)\, c$ z toho $t_3 = \frac{4\, m\, t_0 + m_1\, t_2}{4m + m_1}$. Pre dané hodnoty veličín $t_3 = 70{,}3$ °C 2b

c) Voda s vajíčkami má hmotnosť
$m_2 = m_1 + 4\, m = 0{,}724$ kg
a ich spoločná teplota je $t_3 = 70{,}3$ °C. Aby ich spoločná teplota bola $t_2 = 100$ °C, musí horák dodať teplo
$Q_3 = m_2\, c\, (t_2 - t_3)$, pre dané hodnoty veličín $Q_3 = 89{,}1$kJ. 2b
K tomu šporák potrebuje čas
$\tau_2 = \frac{Q_3}{Q_\mathrm{s}}$, pre dané hodnoty $\tau_2 = 89{,}1$ s 1b

4. Stúpanie (klesanie) cesty, chodníka, svahu, naklonenej roviny

a) Podľa výrazu (1) $s = 100\, \frac{v}{d}$ % = 100 Z %, v = 360 m, d = 1 300 m, potom $s = 100 \cdot \frac{360}{1\,300}$ % ≈ 27,7 %. 2b

b) Z (1) pre s = 100 % = 100 $\frac{v}{d}$ % = 100 Z %, máme Z = 1, tzn. $v = d$, obr. RF-3. V tom prípade uhol náklonu rebríka $\alpha = 45^\circ$. 1b

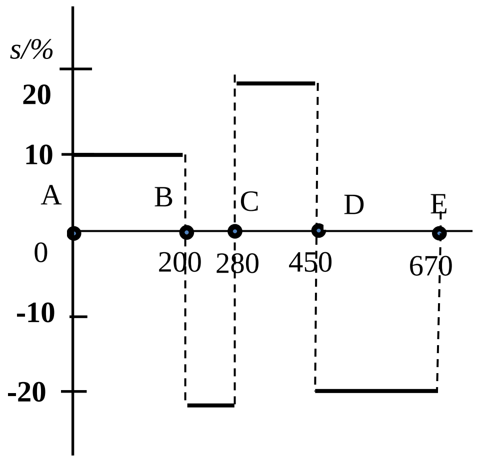


ABCD je štvorec, strany AB a BC sú rovnaké. AC (rebrík) je uhlopriečka štvorca, uhol CAD je 45°.

Obr. RF-3 1b

c) Výškový rozdiel medzi stanicami lanovky $v \approx 270$ m. Vzdialenosť d (vodorovná odľahlosť staníc) určíme pomocou Pytagorovej vety, $d = \sqrt{c^2 - v^2}$ v pravouhlom trojuholníku. Prepona c trojuholníka je dĺžka trate $c \approx 2019$ m. Potom $d \approx 2000$ m. Priemerné stúpanie s trate lanovky
$s = 100\, \frac{v}{d}$ % = 100 Z %, $s \approx 13{,}5$ %. 2b

d) *Pozn. Z grafu je možné určiť len málo presné hodnoty. Potom aj vypočítané veličiny a zostrojený graf (*obr. RF-4*) sú len približné.*
Vodorovné vzdialenosti jednotlivých bodov chodníka:
$z_A \approx 0$ m, $z_B \approx 200$ m, $z_C \approx 280$ m, $z_D \approx 450$ m, $z_E \approx 670$ m.
Výšky bodov chodníka
$v_A \approx 20$ m, $v_B \approx 43$ m , $v_C \approx 25$ m, $v_D \approx 58$ m, $v_E \approx 12$ m.
Stúpanie v jednotlivých úsekoch chodníka
$s_{AB} \approx$ 10 %, $s_{BC} \approx$ - 23 %, $s_{CD} \approx$ 19 %, $s_{DE} \approx$ - 21 %. 2b



Obr. RF - 4 2b

5. Digitálny mincier

a) Pre rovnováhu dlaždice a minciera podľa Archimedovho zákona máme
$m\,g = m_0\,g - V \rho_v\, g$, tiež 1b
$m = m_0 - V \rho_v$,
po úprave a dosadení $V = a\,b\,c$ dostaneme hľadanú hodnotu hmotnosti dlaždice
$m_0 = m + V \rho_v = m + a\,b\,c\,\rho_v$. (1) 2b
Hmotnosť m_0 dlaždice dostaneme, ak k údaju m minciera pripočítame hmotnosť vody $a\,b\,c\,\rho_v$ vytlačenej ponorenou dlaždicou.
Pre dané hodnoty veličín $m_0 = 5{,}1$ kg. 1b

b) Hustotu betónovej dlaždice určíme z výrazu (1)
$\rho_1 = \frac{m_0}{V} = \frac{m + a\,b\,c\,\rho_v}{a\,b\,c} = \rho_v + \frac{m}{a\,b\,c}$. 2b
Pre dané hodnoty veličín $\rho_1 \approx 2{,}1$ g/cm^3 = 2 100 kg/m^3. 1b

c) Z (1) tiež máme pre údaj m minciera
$m = m_0 - V \rho_v = a\,b\,c\,\rho_ž - a\,b\,c\,\rho_v = a\,b\,c\,(\rho_ž - \rho_v)$, pre dané hodnoty veličín $m \approx 4{,}1$ kg,
Táto hodnota je väčšia ako rozsah minciera a navrhnutou metódou nie je možné odvážiť žulovú dlaždicu. 2b

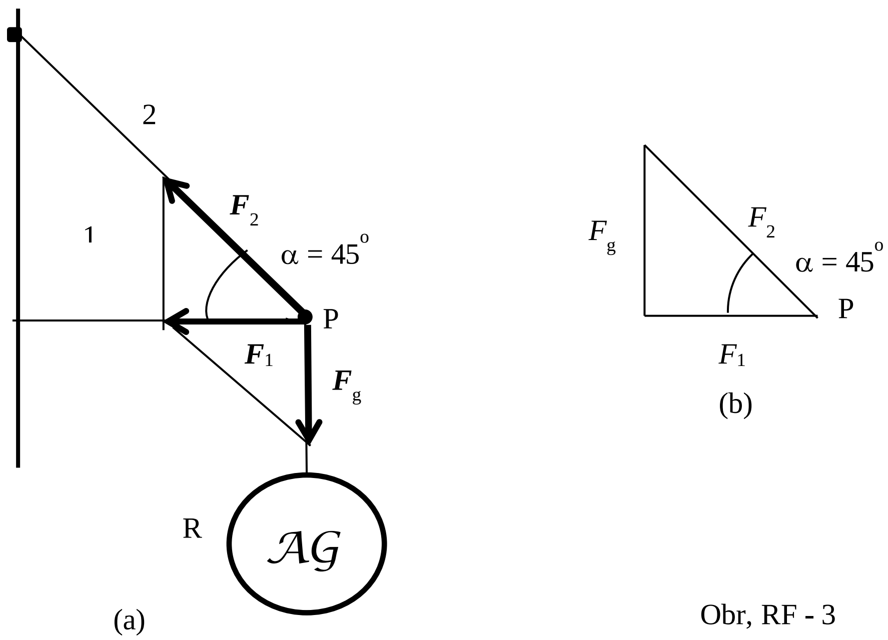
d) Počet dlaždíc, ktoré možno naložiť do kufra automobilu, aby nebola prekročená jeho nosnosť, $n = 24$. 1b

6. Teleso na konzole

a) Obr. RF - 3 a) 3b

b) Fg = $m\,g$, Fg ≈ 120 N. 1b

Ak nemá záťaž ohýbať tyč, použije sa lanko, pričom výslednica $\boldsymbol{F}_1$ ťahovej sily $\boldsymbol{F}_\mathrm{g}$ záťaže a ťahovej



Obr, RF - 3

sily $\boldsymbol{F}_2$ lanka v bode P má smer vodorovnej tyče, obr. RF–3a, pričom $\boldsymbol{F}_1 = F_2 + \boldsymbol{F}_\mathrm{g}$. Pre veľkosti síl dostávame pravouhlý rovnoramenný trojuholník, obr. RF–3b. Vzhľadom na to, že trojuholník je polovicou štvorca, pre ich veľkosti platí

$F_1 = F_\mathrm{g}$, 1b

$F_2 = F_\mathrm{g} \cdot \sqrt{2}$, 1b

$F_1 \approx 120$ N, $F_2 \approx 170$ N. 1b

Sila F_1 je tlaková, sila F_2 pôsobí ťahom. 1b

c) Mechanické napätie tlakovej sily v oceľovej tyči $\sigma_1 \approx 1{,}2\ \frac{N}{mm^2}$ (1,2 MPa) a v oceľovom lanku $\sigma_2 \approx 17\ \frac{N}{mm^2}$ = 17 MPa . 1b

d) Obe časti konštrukcie sú dostatočne pevné, aby nedošlo k ich deformácii, lebo medza pevnosti ocele $\sigma_{1m} \approx 520\ \frac{N}{mm^2}$ = 520 MPa. 1b

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie F*

Autori návrhov úloh: Boris Lacsný (1, 3, 7) Daniel Kluvanec (2, 4, 5, 6)
Recenzia a úprava úloh a riešení: Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Daniel Kluvanec
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020