62. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2020/2021
kategória D – domáce kolo
Text úloh v maďarskom jazyku

1. A kereszteződés

A kereszteződésbe futó főút és mellékút merőlegesek egymásra. A főúton az A gépkocsi $v_\mathrm{A} = 90\ \mathrm{km/h}$ a mellékúton a B gépkocsi $v_\mathrm{B} = 85\ \mathrm{km/h}$ sebességgel halad a kereszteződés irányába. Amikor a B gépkocsi sofőrje $d_\mathrm{B} = 350$ m-re volt a kereszteződéstől ($t = 0$), észreveszi a közeledő A gépkocsit – az ekkor a kereszteződéstől $d_\mathrm{A} = 400$ m-re volt.

a) A B gépkocsi sofőrje úgy ítélte meg, hogy biztonságosan át tud haladni a kereszteződésen, ha tartja a v_B sebességét. Döntsék el, hogy biztonságosan haladhatnak-e át a gépkocsik a kereszteződésen! Azt tartjuk biztonságosnak, ha a gépkocsik közti minimális távolság (amikor az egyikük a kereszteződésben van) legalább $d_\mathrm{min} = 40\ \mathrm{m}$.

b) A B gépkocsi sofőrje $d_1 = 100$ m távolságban a kereszteződéstől tudatosítja, hogy változatlan sebességgel nem biztonságos áthaladnia a kereszteződésen, fékezni kezd, hogy megadja az elsőbbséget a főúton haladó A gépkocsinak. Határozzák meg a B gépkocsi a gyorsulását, hogy az A gépkocsi után a kereszteződésbe érve, a biztonságos d_min távolsági feltétel teljesüljön! Határozzák meg mekkora volt a B gépkocsi v_B^* sebessége a kereszteződésben!

A feladat megoldásában a gépkocsik méreteit ne vegyék figyelembe!

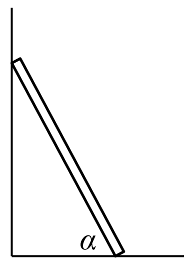
2. A függőleges falnak támasztott rúd

Egy homogén rúd nyugszik a padlón a függőleges falnak támasztva. A rúd a vízszintes padlóval α szöget zár (D–1 ábra).

a) Készítsék el a falnak támasztott rúd rajzát! Tüntessék fel a rajzban a rúdra ható összes erőt, ha az statikus egyensúlyi helyzetben van!

b) Mekkora a rúd és talaj által zárt legnagyobb α_max szög, amelynél a rúd nyugalomban marad?

A rúd és padló közti statikus súrlódási tényező $f = 0{,}25$, a rúd és a fal közti súrlódás elhanyagolhatóan kicsi.



D–1 ábra

3. A műhold

A műhold a Föld forgásával megegyező irányban körpályán kering a Föld körül az egyenlítő síkjában. Az egyenlítő egy adott pontja felett $\Delta t_1 = 3\ \text{h}\ 26\ \text{min}$ idő elteltével repül át a következő alkalommal.

a) Határozzák meg a műhold pályájának r sugarát, és fejezzék ki a Föld R sugarának szorzataként!

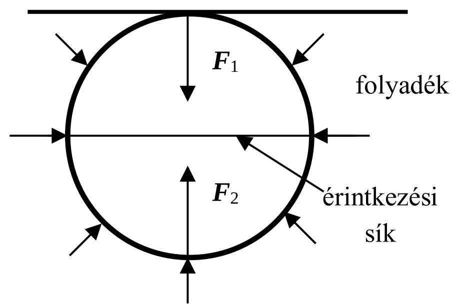
b) Határozzák meg a műhold v_1 keringési sebességét, mint a v_I első szökési sebesség szorzatát!

c) Mennyi idő (Δt_2) elteltével repül át a műhold újból a Föld egy adott pontja felett, ha ugyanolyan r sugarú körpályán kering, azonban a Föld forgástengelye a műhold pályasíkjában fekszik?

A Föld sugara $R \approx 6{,}4 \times 10^6\ \text{m}$, a gravitációs gyorsulás az egyenlítőn $g \approx 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

4. Gömb a vízben

Két félgömbből álló üres R sugarú gömb lebeg egy homogén folyadékban, a felső pontja alulról érinti a folyadék szabad felszínét (D–2 ábra).



D–2 ábra

a) Határozzák meg a folyadék nyomóerejének F_1 eredőjét, amellyel a felső félgömbre hat, valamint nyomóerejének F_2 eredőjét, amellyel az alsó félgömbre hat! Mekkora F_3 erővel hat az alsó félgömb a felsőre? Az erőket fejezzék ki, mint a gömb R sugarának és a folyadék ρ sűrűségének függvényét!

b) Határozzák meg a $q_1 = F_2/F_1$ és $q_2 = F_3/F_1$ erőarányokat!

c) Határozzák meg F_1, F_2, F_3 q_1 és q_2 értékét, ha $\rho = 1{,}0\ \text{g/cm}^3$, $R = 5{,}0\ \text{cm}$, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$!

5. Hitelességi próba

Egy gazdag ókori uralkodó színtiszta aranyból készíttetett sakkbábukat az aranyműveseknél. Tudomására jutott azonban, hogy az aranyművesek be akarják csapni, és a színtiszta aranyba olcsóbb ezüstöt kevertek. Az uralkodó megbízta a tanácsadóját, hogy vizsgálja ki az ügyet.

Ő találomra kiválasztott egy sakkbábut. Megmérte a tömegét, $M = 82{,}0$ g volt. A sakkbábut fonálra erősítette és egy $d = 56{,}0$ mm belső átmérőjű hengeres pohárba merítette, amelyben víz volt. Méréssel megállapította, hogy miután a sakkbábut belemerítette a vízbe, a víz szintje $h = 1{,}8$ mm-vel megemelkedett. Az adatok alapján kiszámította, mennyi arany volt a sakkbábuban.

a) Határozzák meg a sakkbábu ρ_{f1} sűrűségét!

Az eredményt döntő mértékben befolyásolja a mérés pontatlansága. A nagy értékű mennyiségek (M és d) nagy pontossággal voltak meghatározva. A legnagyobb gondot a vízszint megemelkedésének (h) mérése okozta. A tanácsadó h értékét $\Delta h = \pm 0{,}3$ mm pontossággal tudta csak megmérni.

b) Határozzák meg, milyen tartományban mozoghat a kiszámított sűrűség, ha figyelembe vesszük a mérés Δh határozatlanságát!

A tanácsadó rájött, hogy a $\Delta m = \pm 0{,}1$ g hibaértékű tömeg mérésével pontosabb eredményt kaphat, így más módszerrel is meghatározta a sűrűséget. Egy sima vízszintes szélű poharat színültig töltött vízzel úgy, hogy a víz felszíne a felületi feszültség következtében magasabban volt, mint a pohár szegéje. Ekkor a pohár nyílását lefedte egy üveglappal. Az üveglap alatt nem maradt légbuborék, a pohárból kicsorgó vízfelesleget pedig gondosan felitatta. Megmérte a vízzel teli és üveglappal lefedett pohár tömegét, ez $m_1 = 253{,}6$ g volt. A pohárról levette az üveglapot, óvatosan belehelyezte a sakkbábut, majd újból lefedte a pohár nyílását az üveglappal úgy, hogy ne maradjon alatta légbuborék. A kifolyt vizet gondosan felitatta. Újból megmérte a pohár tömegét, ez ekkor $m_2 = 331{,}0$ g volt. A mért adatokból újból meghatározta a sakkbábu sűrűségét.

c) Határozzák meg a sakkbábu ρ_{f2} sűrűségét, valamint hogy milyen tartományba eshet ez az érték, ha figyelembe vesszük a mérés pontosságát!

d) Meghatározhatta a tanácsadó (az első vagy második módszerrel), hogy színtiszta aranyból volt-e a sakkbábu?

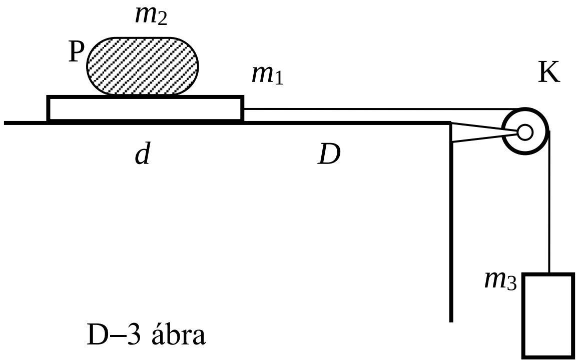
e) Határozzák meg, hogy a sakkbábu térfogatának hányad részét (η) teszi ki ezüst! Az eredményt fejezzék ki százalékban!

Az arany sűrűsége $\rho_1 = 19{,}3\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$, az ezüsté $\rho_2 = 10{,}5\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$, a vízé $\rho = 1{,}00\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. Tételezzék fel, hogy a sakkbábuban nincsenek üregek!

6. Fonállal összekötött testek rendszere

A gyakorlatban találkozunk olyan esetekkel, amikor egy asztalon nyugvó tárgy alól ki kell húznunk az alátétet, pl. az abroszt a tányér alól. Ha az alátétet (abroszt) elég gyorsan húzzuk, a tárgy (tányér) az asztalon marad.

A tárgyak legyenek adva, ahogy a D–3 ábra mutatja. Az m_1 tömegű és d hosszúságú alátétre (deszkára) ható F vízszintes erőt az m_3 tömegű nehezék segítségével fejtjük ki, amely a K csigán át vezetett fonállal kapcsolódik az alátéthez. Az alátéten van az m_2 tömegű P tárgy. A kísérletünk kezdetén a nehezéket a tenyerünkön nyugalomban tartjuk, a fonál feszes. Ekkor az alátét elülső (jobb) széle D távolságban van az asztallap szélétől. Egy adott pillanatban a nehezéket elengedjük.



D–3 ábra

a) Mekkora a_1 gyorsulással kezd el mozogni az alátét? Határozzák meg a mozgások összes lehetséges esetét, valamint, hogy ezek az esetek a nehezék mekkora m_3 tömegeinél következnek be!

b) Mekkora a_2 gyorsulással fog mozogni a P tárgy, miután elengedtük a nehezéket?

c) Mekkorának kell lennie a nehezék m_3 tömegének, hogy a P tárgy súlypontja hamarabb érje el az alátét szélét, mint az alátét elülső széle az asztallap szélét?

Az asztallap és alátét, valamint az alátét és tárgy között fellépő súrlódási tényezők egyenlők (f). A csiga nincs hatással a mozgásra. A kísérlet elején a tárgy súlypontja az alátét közepe felett van. A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $m_1 = 200\ \mathrm{g}$, $m_2 = 500\ \mathrm{g}$, $d = 30\ \mathrm{cm}$, $D = 40\ \mathrm{cm}$, $f = 0{,}35$, valamint a nehezék tömegének két értékére $m_{3\mathrm{A}} = 450\ \mathrm{g}$ és $m_{3\mathrm{B}} = 900\ \mathrm{g}$!

7. Kémcső – kísérleti feladat

Ha egy nagy edényben levő vízbe egy üres kémcsövet helyezünk, a kémcső az oldalára fordul. Hogy függőleges helyzetben ússzon a vízben, egy kevés folyadékot kell bele önteni. A folyadék mennyiségével változik a kémcső merülése.

Javasoljanak egy eljárást, amely segítségével meghatározzák a kémcső m tömegét és a kémcsőbe öntött folyadék ρ sűrűségét!

Rendelkezésükre áll: egy nagy edény, egy vékonyfalú kémcső, milliméterpapír és a mért folyadék – ajánljuk, hogy ez a konyhasó vizes oldata legyen.

Eljárás:

A szükséges összefüggéseket vezessék le!

Merjék meg a megfelelő mennyiségeket három folyadék esetére (pl. a konyhasó vizes oldatának három koncentrációjára)!

Számítsák ki ρ és m értékeit!

Megjegyzés: A kémcső külső és belső átmérője közti különbséget ne vegyék figyelembe! A kémcső átmérőjét mérhetik a milliméterpapírból kivágott szalag segítségével, de nagyobb pontosság eléréséhez használhatnak tolómércét is. A lehető legnagyobb pontosság elérése érdekében változtassák a kémcsőbe töltött folyadék mennyiségét (a folyadékoszlop magasságát) a lehető legnagyobb tartományban!

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie D*

Autori návrhov úloh:	Ľubomír Konrád (2 až 7), Ivo Čáp (1)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha, Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020