62. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2020/2021
kategória B – domáce kolo
Texty úloh

1. Pád kvapky v elektrickom poli

Vynaliezavosť žiakov nepozná medze. Úlohou, ktorú mali riešiť, bolo určenie hmotnosti kvapky vody z kvapkadla. Jedna z možností je predpokladať, že kvapky majú rovnakú hmotnosť, a stačí tak spočítať počet kvapiek a zvážiť nakvapkanú vodu. Majú však kvapky rovnakú hmotnosť? Na overenie vymysleli nasledujúcu metódu. Vyrobili si zariadenie podľa obr. B–1.

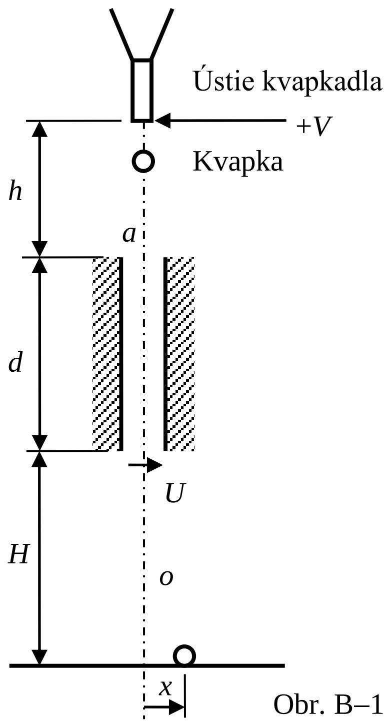
Ku kvapkadlu je pripojený elektrický zdroj, ktorý kvapky zelektrizuje na rovnaký potenciál $\varphi = 1\,800$ V. Kvapka po uvoľnení z kvapkadla padá voľným pádom. V hĺbke $h = 15$ cm vnikne medzi dve rovnobežné zvislé dosky so vzájomnou vzdialenosťou $a = 6{,}0$ mm, na ktoré je pripojený zdroj konštantného napätia $U = 1\,000$ V. Dĺžka dosiek $d = 10$ cm. Od konca dosiek kvapka padá do hĺbky $H = 20$ cm na podložku a dopadne vo vzdialenosti x od osi sústavy.

a) Opíšte pohyb kvapky a uveďte sily, ktoré na kvapku pôsobia počas pohybu.

b) Určte náboj Q kvapky a vyjadrite ho ako funkciu hmotnosti m kvapky. Predpokladajte, že kvapky majú tvar gule.

c) Určte hmotnosť m kvapky ako funkciu vzdialenosti x dopadu kvapky na podložku.

d) Žiaci zistili meraním odchýlku $x = (3{,}5 \pm 0{,}5)$ mm. Pre dané hodnoty určte hmotnosť $m = \overline{m} \pm \Delta m$ kvapky. Určte stredný polomer r kvapky a overte, či sa kvapka nezachytí na dolnom okraji dosky.

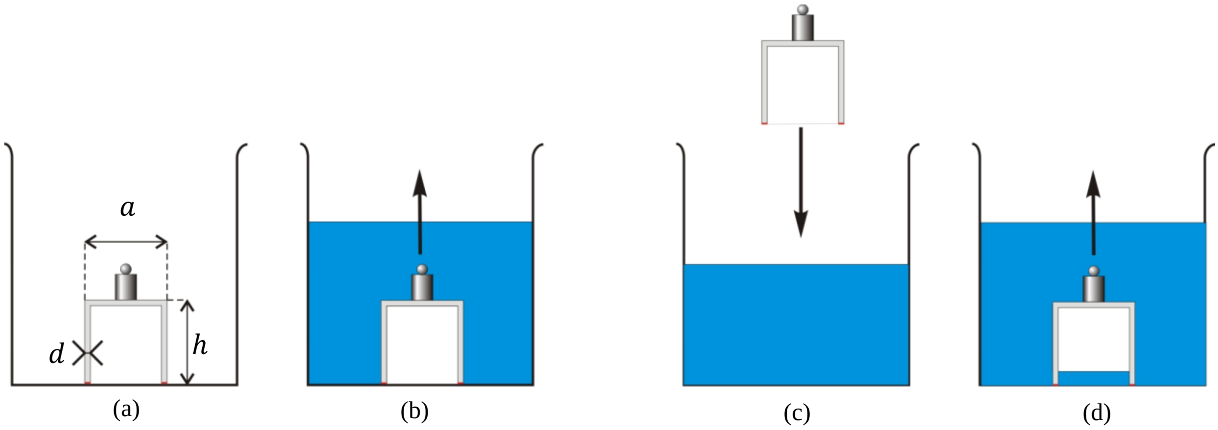


Obr. B–1

Hustota vody $\rho = 1{,}00 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}, $g = 9{,}81$ m·s^{-2}, elektrické pole medzi doskami považujte za homogénne, okrajové efekty a odpor vzduchu neuvažujte.

2. Miska vo vode

Na pokus použijeme širokú nádobu s rovným hladkým dnom a výrazne menšiu sklenenú misku so štvorcovou podstavou, s vonkajšou dĺžkou a = 50 mm strany podstavy, výškou h = 40 mm, a hrúbkou steny i dna d = 5,0 mm. K dispozícii máme mosadzné závažie s hmotnosťou m_z = 20 g. Okraj misky je pogumovaný a hladký (ale nie lepkavý) a dokonale priliehavý ku dnu nádoby.



Obr. B–2 (obrázky sú len ilustračné)

V prvom prípade misku postavíme na dno nádoby hore dnom.

a) Určte veľkosť F_1 sily F, ktorou pôsobí miska na dno nádoby.

b) Potom misku zaťažíme závažím, obr. B–2 (a). Do nádoby nalejeme do výšky H = 25 cm vodu tak, že miska i závažie sú pod voľnou hladinou vody v nádobe, obr. B–2 (b). Dotyk misky s dnom nádoby je vzduchotesný a vodotesný. Určte silu F_2, ktorou pôsobí miska na dno nádoby. Určte silu F_3, ktorou pôsobí miska na dno nádoby po odstránení závažia.

Potom misku z nádoby vyberieme nad hladinu vody, obr. B–2 (c), pomaly ju ponoríme dnom nahor naspäť na dno nádoby a zaťažíme závažím, obr. B–2 (d).

c) Určte silu F_4, ktorou pôsobí zaťažená miska na dno nádoby.

d) Určte silu F_5 dosadením $m_z = 0$ do vzťahu pre F_4, čo zodpovedá odstráneniu závažia. Čo sa stane s miskou po odstránení závažia?

V prípadoch a) až d) predpokladajte, že výška H hladiny sa pri pokusom mení zanedbateľne.

Potom predchádzajúci pokus opakujeme s tým, že meníme výšku H hladiny vody v nádobe.

e) Silu F_5 vyjadrite ako funkciu výšky H hladiny vody v nádobe. Zostrojte graf tejto funkcie a z grafu určte minimálnu výšku H_m vody, pri ktorej zostane miska po odstránení závažia ležať na dne.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: hustota vody ρ_v = 1,00 g·cm^{-3}, hustota skla ρ_s = 2,23 g·cm^{-3}, hustota mosadze ρ_m = 8,73 g·cm^{-3}, tiažové zrýchlenie g = 9,81 m·s^{-2}, atmosférický tlak p_0 = 101 kPa. Tiažovú silu vzduchu v miske neuvažujte.

3. Nádoba na naklonenej rovine

Ak postavíme fľašu s minerálkou na dosku a začneme jeden koniec dosky zdvíhať, pri určitom uhle sklonu dosky s vodorovnou rovinou sa fľaša prevráti. Ak vedľa seba postavíme tri rovnaké fľaše, jednu prázdnu, druhú naplnenú do polovice výšky a tretiu plnú, pri nakláňaní dosky začnú padať v určitom poradí.

a) Urobte jednoduchý pokus s tromi rovnakými fľašami od minerálky a zistite, v akom poradí sa prevrátia.

Výsledok pokusu zdôvodnite výpočtom. Pre jednoduchosť uvažujte tenkostennú nádobu v tvare pravidelného štvorbokého hranola s rovnakou hrúbkou steny i podstavy (dna), dĺžkou hrany štvorcovej podstavy a = 10 cm, výškou h_0 = 25 cm a hmotnosťou m_0 = 100 g.
Do nádoby nalejeme vodu do výšky H a nádobu uzatvoríme tenkou a pevnou fóliou, aby voda nemohla pri nakláňaní z nádoby vytiecť. Nádobu postavíme na dosku tak, že dve strany podstavy sú rovnobežné s okrajom dosky, ktorý po nakláňaní leží na vodorovnej podložke. Potom začneme druhý koniec dosky pomaly dvíhať a sledovať uhol α sklonu dosky vzhľadom na vodorovnú podložku. Pri dosiahnutí určitého medzného uhlu α_m sa nádoba prevráti. Uvažujte tri prípady: $H_1 = 0$ (prázdna nádoba), $H_2 = h_0$ (plná nádoba) a $H_3 = h_0/2$.

b) Určte vzťahy pre polohu ťažiska nádoby v jednotlivých prípadoch vzhľadom na nádobu (vzdialenosť h od dna a vzdialenosť x od geometrickej osi nádoby) ako funkcie uhlu α naklonenia dosky. Dokážte, že pre dané hodnoty posunutie ťažiska spôsobené naklonením hladiny možno zanedbať.
c) Určte medzný uhol α_m prevrátenia nádoby v jednotlivých prípadoch. V treťom prípade použite zjednodušujúci predpoklad, že zmena polohy ťažiska v dôsledku naklonenia výsledok podstatne neovplyvní.
d) Porovnajte výsledky výpočtu s výsledkami úvodného pokusu.

Hustota vody $\rho = 1{,}0\ \mathrm{g/cm^3}$. Hmotnosť fólie uzatvárajúcej nádobu je veľmi malá. Nádoba sa pri nakláňaní dosky na jej povrchu nepresmykuje.

4. Zohrievanie elektrického vodiča

K dispozícii máme dva plné valcové železné drôty z rovnakého materiálu s rovnakou dĺžkou l = 50 cm. Prvý má priemer d_1 = 0,20 mm, druhý d_2 = 0,10 mm. Na začiatku majú drôty rovnakú teplotu rovnú teplote vzduchu v miestnosti t_0 = 20 °C.

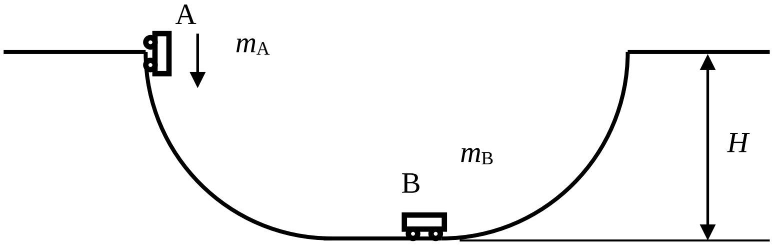
a) Po pripojení prvého drôtu na zdroj konštantného napätia U_0 = 1,0 V sa teplota drôtu ustáli na hodnote t_1 = 80 °C. Určte hodnotu koeficientu γ prestupu tepla medzi drôtom a okolitým vzduchom a prúd I_1 zdroja.
b) Drôty spojíme paralelne a pripojíme na rovnaký zdroj napätia ako v prípade a). Určte hodnoty teploty t_2 prvého drôtu a t_3 druhého drôtu po ustálení a prúd I_2 zdroja.
c) Drôty spojíme sériovo a pripojíme na rovnaký zdroj napätia ako v prípade a). Určte hodnoty t_4 a t_5 teploty drôtov po ustálení.

Rezistivita železa pri teplote t_0 je $\rho_{20} = 9{,}9\times10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$, teplotný koeficient odporu železa $\alpha = 6{,}5\times10^{-3}\ \mathrm{K^{-1}}$. Koeficient γ prestupu tepla medzi povrchom drôtov a okolím je vo všetkých prípadoch rovnaký. Na povrchu drôtov je veľmi tenká izolačná vrstva oxidu. Teplotnú rozťažnosť drôtov neuvažujte, teplotu drôtov uvažujte rovnakú v celom ich objeme.

5. Skateboardová rampa

Na hladkej skateboardovej U–rampe s výškou H = 2,7 m zakončenej na oboch stranách štvrť-valcovými stenami, obr. X–1, urobili pokus, na ktorý použili dva malé vozíky A a B s hmotnosťami m_A a m_B. Pomer hmotností vozíkov označíme $p = m_A / m_B$.

Na začiatku vozík B stál na dne rampy, vozík A bol voľne spustený z okraja rampy, ako je znázornené na obr. B–3. Potom na dne rampy dôjde k zrážke vozíkov.



Obr. B–3

V prvom prípade pri pomere p = 3,0 vozík B vystúpi po zrážke k okraju rampy do výšky H.

a) Určte pomer $q = Q / E_0$, kde Q je strata mechanickej energie pri zrážke a E_0 začiatočná potenciálna energia vozíka A.

b) Určte výšku h_1 nad dnom rampy, do ktorej po zrážke vystúpi vozík A.

V druhom prípade vozíky vymeníme a pokus opakujeme. Predpokladajte rovnaký pomer q pri zrážke.

c) Určte výšky h_A a h_B vozíkov A a B, do ktorej vystúpia po zrážke.

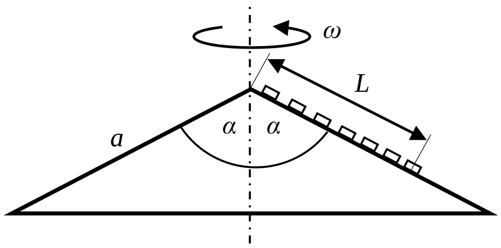
Pozn.: Straty mechanickej energie pri pohybe vozíkov neuvažujte.

6. Telieska na disku

Pevný disk v tvare kužeľa s vrcholovým uhlom 2α a stranou a, ktorý sa môže otáčať okolo zvislej osi, je posypaný drobnými telieskami, obr. B–4. Faktor trenia medzi telieskami a povrchom disku je f. Disk sa začne veľmi pomaly roztáčať, pričom telieska z jeho povrchu postupne odpadávajú.

a) Nakreslite obrázok s jedným telieskom ležiacim na povrchu rotujúceho disku a znázornite sily ako vektory, ktoré pôsobia na teliesko v neinerciálnej vzťažnej sústave spojenej s diskom. Vysvetlite, prečo niektoré telieska z disku odpadávajú a iné sa na disku udržia.

b) Určte maximálnu uhlovú rýchlosť ω_m otáčania disku, do ktorej nebudú telieska z disku odpadávať.



Obr. B–4

c) Pri zvyšovaní uhlovej rýchlosti $\omega > \omega_m$ sa postupne zväčšuje pás v dolnej časti disku vyprázdnený od teliesok. Odvoďte vzťah pre dĺžku L strany časti kužeľa, na ktorej zostávajú telieska, ako funkciu uhlovej rýchlosti ω.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $\alpha = 75°$, a = 20 cm, f = 0,35, g = 9,8 m·s^{-2}, ω = 3,0 rad·s^{-1}.

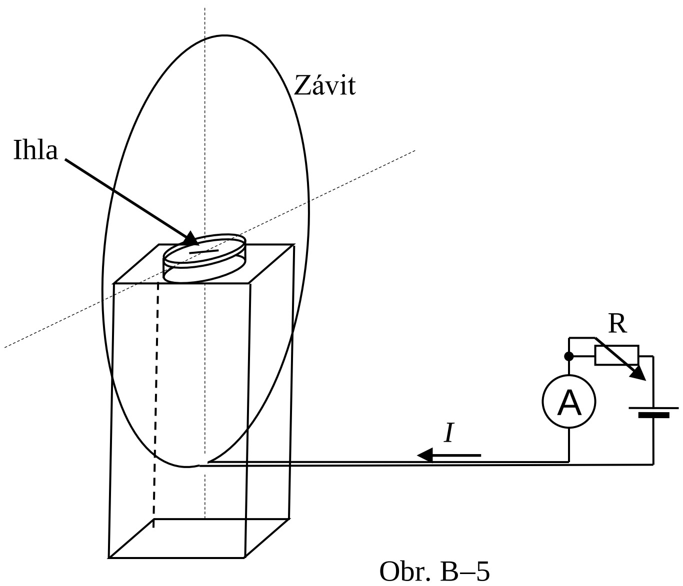
Pozn.: Roztáčanie disku je veľmi pozvoľné, takže vplyv uhlového zrýchlenia disku na telieska je zanedbateľný.

7. Magnetické pole Zeme – experimentálna úloha

Vektor $\mathbf{B}_Z = \mathbf{B}_{Zh} + \mathbf{B}_{Zv}$ *indukcie magnetického poľa Zeme je superpozíciou horizontálnej a vertikálnej zložky, leží v rovine, ktorá prechádza magnetickými pólmi Zeme a daným miestom pozorovania. Na povrchu Zeme zviera určitý uhol s vodorovnou rovinou. Na orientáciu pomocou kompasu sa využíva zložka horizontálna.*

Úloha:
Určte veľkosť B_{Zh} horizontálnej zložky indukcie $\mathbf{B}_Z$ magnetického poľa Zeme pomocou skladania (superpozície) magnetického poľa Zeme a magnetického poľa vytvoreného elektrickým prúdom kruhového závitu.

Metóda:
Ako indikátor smeru magnetického poľa použite zmagnetovanú ihlu jemne položenú na hladinu vody v nádobke, obr. B–5.
Na vytvorenie magnetického poľa vytvorte kruhový závit z hrubého medeného drôtu s priemerom približne r = 25 cm. Závit spojte so zdrojom konštantného napätia cez reostat na reguláciu prúdu I. Do obvodu zapojte ampérmeter. V strede závitu má vektor $\mathbf{B}$ indukcie magnetického poľa smer kolmý na rovinu závitu a veľkosť



Obr. B–5

$$B = \frac{I}{2\mu_0 r},$$

kde $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$ je permeabilita vákua (magnetická konštanta)
Misku s ihlou umiestnite tak, aby stred ihly bol v strede závitu. Urobte si vhodnú podložku z dreva alebo papiera. Pri nulovom prúde nastavte závit tak, aby ihla bola v rovine závitu. Potom nastavujte rôzne hodnoty prúdu I a merajte uhol φ odchýlenia ihly z pôvodného smeru.
Vzájomne kolmé magnetické polia závitu a Zeme sa skladajú, pričom platí

$$\tan\varphi = \frac{B}{B_{Zh}} = \frac{I}{2\mu_0 r B_{Zh}} = kI\,.$$

Merania zapíšte do tabuľky a zostrojte graf $\tan\varphi$ ako funkcie prúdu I. Ukážte, že namerané body ležia na priamke a určte konštantu k priamky.
Určte hodnotu B_{Zh} a porovnajte ju s hodnotou z internetu
http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield.shtml (Magnetic Field Calculator)
Pozn.: Pri meraní odstráňte z blízkosti závitu predmety ovplyvňujúce magnetické pole. Na napájanie závitu použite dvojlinku alebo dva vodiče tesne pri sebe, aby sa potlačilo magnetické pole prívodov.

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie B*

Autori návrhov úloh:	Ľubomír Konrád (1,4,5,6), Aba Teleki (2), Ivo Čáp (3,7)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha, Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020