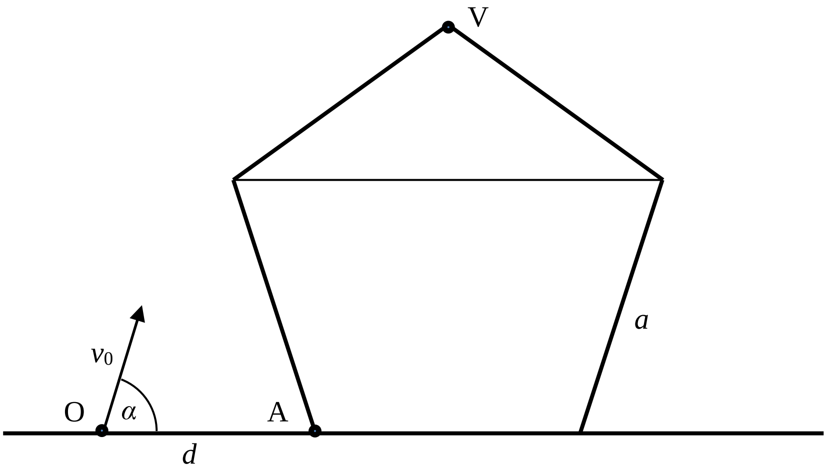
62. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2020/2021
kategória A – celoštátne kolo
Texty úloh

1. Šikmý vrh

Rodina sa vydala na víkend na chatu. Chata stojí na vodorovnej ploche a v kolmom reze má tvar pravidelného päťuholníka s dĺžkou strany a, obr. A–1. Synček dostal pre zábavu pružinové delo, s ktorým možno vystreľovať malé hlinené guľky. Delo má nastaviteľný sklon hlavne a uhol výstrelu α je v rozsahu od 0° do 90°. Vyšiel pred chatu a napadlo ho streliť guľku na druhú stranu chaty.



Obr. A–1

a) Najprv delo namieril smerom zvislo nahor a po výstrele meral čas t_1, za ktorý guľka dopadla nazad na zem. Určte rýchlosť v_{01}, ktorú guľke delo udelilo a výšku h_1, ktorú guľka dosiahla. Výšku h_1 porovnajte s výškou h_V vrcholu V chaty.

Potom sa pokúšal streliť guľku z rôznych vzdialeností d od päty A chaty ponad strechu chaty na druhú stranu.

b) Odvoďte vzťah pre začiatočnú rýchlosť v_0 guľky, potrebnú na to, aby guľka preletela v najvyššom bode trajektórie tesne nad vrcholom V chaty, ako funkciu vzdialenosti d, pre dané hodnoty g a h_V.

c) Určte minimálnu hodnotu v_{0m} začiatočnej rýchlosti v_0 výstrelu a zodpovedajúce hodnoty d_m a α_m vzdialenosti d a uhlu výstrelu α, aby guľka preletela ponad strechu a najvyšší bod jej trajektórie bol tesne nad jej vrcholom V.

d) Uveďte na základe vášho výpočtu, či môže chlapec streliť zo svojho dela guľku ponad strechu na druhú stranu chaty.

Predpokladajte, že bod O výstrelu je na úrovni vodorovnej plochy, odpor vzduchu neuvažujte. Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre nasledujúce hodnoty: a = 6,5 m; t_1 = 3,5 s; g = 9,8 m·s^{-1}.

2. Pád v magnetickom poli

Častica s hmotnosťou m a elektrickým nábojom $q > 0$ sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s vektorom indukcie $\boldsymbol{B}$ vodorovného (z) smeru a homogénnom gravitačnom poli s vektorom intenzity $\boldsymbol{g}$ zvislého (y) smeru. V určitom okamihu časticu uvoľníme zo začiatočného stavu pokoja a necháme ju voľne padať.

a) Nakreslite vhodný obrázok, naznačte v ňom trajektóriu častice a vo vhodnom bode trajektórie nakreslite vektory síl pôsobiacich na časticu. Opíšte, na základe kvalitatívnych úvah, aký pohyb očakávate od častice po jej uvoľnení.

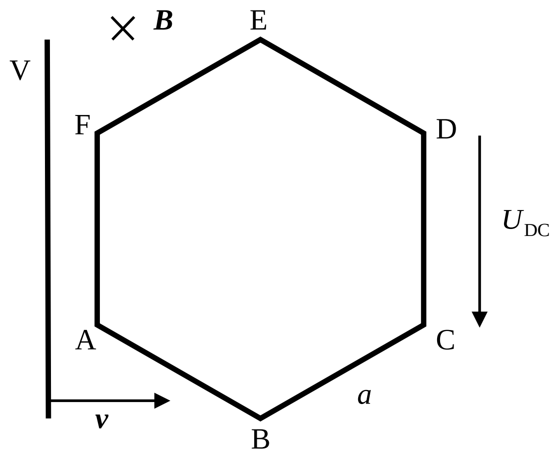
b) Napíšte rovnice pohybu častice vo vodorovnom (x) smere a vo zvislom (y) smere, uveďte vodorovné a zvislé zložky zrýchlenia a rýchlosti. Odvoďte časové závislosti súradníc x a y. Dokážte, že trajektória častice sa skladá zo série rovnakých zakrivených úsekov. Určte čas T prechodu častice jedným úsekom, dĺžku L úseku vo vodorovnom smere a maximálnu výchylku y_m v smere osi y voči jej začiatočnej polohe.

c) Na základe riešenia pohybovej rovnice nakreslite približne tvar trajektórie častice.

Pozn.: Diferenciálna rovnica $\ddot{y} + b\,y = c$ *má riešenie v tvare* $y = A\sin(\omega t + \alpha) + D$.

3. Magnetická indukcia

Vodorovná vodivá slučka v tvare pravidelného šesťuholníka s dĺžkou strany a sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s vektorom magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ kolmým na rovinu slučky, obr. A–2. V rovine slučky sa pohybuje priamy vodič V s dĺžkou $l > 2a$ rovnobežný so stranou AF šesťuholníka. Jeho pohyb je rovnomerný a vektor rýchlosti $\boldsymbol{v}$ je kolmý na stranu AF. Od okamihu dotyku so stranou AF vodivo spája body na stranách FED a ABC, takže vytvára dve vodivé slučky.



Obr. A–2

a) Odvoďte vzťah pre vonkajšiu silu F, ktorá udržuje vodič V v pohybe, ako funkciu posunutia x vodiča V na úseku od polohy AF do polohy BE. Určte hodnoty sily F v uvedených krajných polohách.

b) Odvoďte vzťah pre napätia U_{DC} medzi vrcholmi D a C a U_{AF} medzi bodmi A a F šesťuholníka ako funkcie posunutia x vodiča V na úseku od polohy AF do polohy BE. Určte hodnoty napätí pre krajné polohy vodiča V.

c) Určte tepelný výkon P, ktorý sa uvoľňuje vo vodičoch sústavy, ako funkciu posunutia x na úseku medzi polohami AF a BE. Určte hodnoty výkonu P pre krajné polohy vodiča V.

Predpokladajte, že vodič šesťuholníka i priamy vodič majú konštantný dĺžkový odpor r. Trenie medzi priamym vodičom a šesťuholníkom neuvažujte.

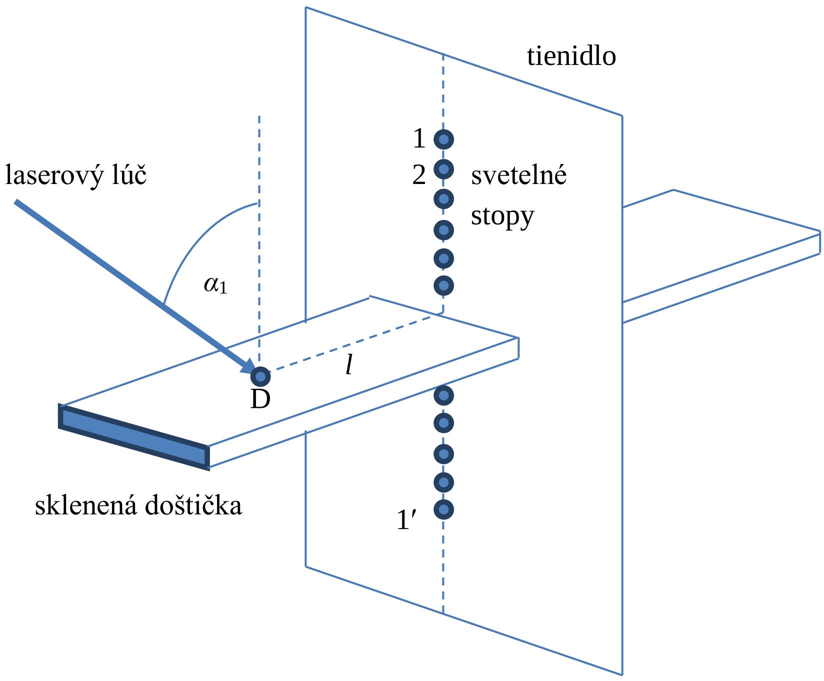
Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: a = 25 cm, B = 70 mT, v = 0,74 m·s^{-1}, r = 5,7 mΩ·m^{-1}.

4. Odraz svetla na sklenenej doštičke

Svetlo je elektromagnetické vlnenie, ktoré sa v každom mieste priestoru vyznačuje vektorom $\boldsymbol{E}$ elektrickej intenzity a $\boldsymbol{H}$ magnetickej intenzity. Oba vektory sú kolmé na smer šírenia vlny. Ak vektor $\boldsymbol{E}$ vlnenia kmitá v danom bode priestoru v jednom smere, svetlo je lineárne polarizované. Rovina určená smerom šírenia svetla a smerom vektora $\boldsymbol{E}$ sa nazýva rovina polarizácie. Pri dopade svetla na optické rozhranie, rovina polarizácie nemusí byť totožná s rovinou dopadu. Všeobecne vektor $\boldsymbol{E}$ má zložku $\boldsymbol{E}_\perp$ kolmú na rovinu dopadu, a zložku $\boldsymbol{E}_\parallel$ rovnobežnú s rovinou dopadu. Zložka $\boldsymbol{E}_\perp$ určuje kolmú zložku polarizácie (nazývaná tiež s–vlna), a $\boldsymbol{E}_\parallel$ určuje rovnobežnú zložku polarizácie (tzv. p–vlna). Tieto dve zložky sa odrážajú odlišnou intenzitou. Koeficient odrazu zložky $\boldsymbol{E}_\perp$ označíme $R_\perp$, koeficient odrazu zložky $\boldsymbol{E}_\parallel$ označíme $R_\parallel$. Oba koeficienty vyjadrujú pomery intenzít odrazeného a dopadajúceho svetla a sú funkciami uhla dopadu vyjadrenými Fresnelovými vzťahmi

$$R_\perp = \left[\frac{n_1\cos\alpha - n_2\cos\beta}{n_1\cos\alpha + n_2\cos\beta}\right]^2, \quad R_\parallel = \left[\frac{n_2\cos\alpha - n_1\cos\beta}{n_2\cos\alpha + n_1\cos\beta}\right]^2 \tag{1}$$

kde n_1 je index lomu prostredia z ktorého vlna dopadá na rozhranie a n_2 je index prostredia, do ktorého sa vlna láme. Uhol α je uhol dopadu a β je uhol lomu. Koeficient prechodu vlnenia cez rozhranie pre jednotlivé polarizácie sú $T_\perp = 1 - R_\perp$ a $T_\parallel = 1 - R_\parallel$.



Obr. A–3

a) Uvažujme laserový lúč lineárne polarizovaného svetla dopadajúci pod uhlom dopadu α na povrch sklenenej doštičky s indexom lomu n. Ukážte, že existuje uhol dopadu α_1, pre ktorý sa od povrchu doštičky neodráža svetlo jednej z dvoch zložiek. Určte o ktorú polarizáciu ide, odvoďte vzťah pre uhol α_1 a určte tento uhol pre kremenné sklo s indexom lomu n = 1,544.

b) Určte koeficienty odrazu $R_\perp$ a $R_\parallel$ pre uhol dopadu α_1 lúča pri jeho prechode zo vzduchu do skla na hornej strane doštičky a príslušného lomeného lúča pri prechode zo skla do vzduchu na dolnej strane platničky. Určte koeficient $T_\parallel$ prechodu svetla cez doštičku.

Kolmo na doštičku a rovinu dopadu nasadíme rovinné tienidlo, obr. A–3. Necháme dopadať laserový lúč polarizovaného svetla pod uhlom dopadu α_1 (určeným v časti a)) do bodu D na povrchu doštičky vo vzdialenosti l od tienidla. Na tienidle sa objaví séria svetelných stôp.

c) Uveďte, ako vyzerá obrazec stôp na tienidle pre kolmú zložku, a ako pre rovnobežnú zložku dopadajúceho lineárne polarizovaného lúča. Určte vzdialenosť d_1 medzi stredmi susedných stôp lúča na tienidle a vzdialenosť d_2 stredov najvzdialenejších stôp lúča na tienidle.

d) Určte pomer p_1 jasu susedných stôp lúča na tienidle nad platničkou a pod ňou, a pomer p_2 jasu krajných stôp 1 nad platničkou a 1′ pod platničkou.

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A*

Autori návrhov úloh:	Ľubomír Konrád (1, 3, 4), Patrik Lamoš (2)
Spracovanie návrhov úloh a riešení:	Ivo Čáp
Recenzia:	Aba Teleki, Ľubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021