61. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2019/2020
kategória F – domáce kolo
Riešenie úloh

1. Deti v parku

Riešenie:

a) Určíme rýchlosti

$v_1 = \frac{l}{t_1} = \frac{400\ \mathrm{m}}{2{,}40 \times 60\ \mathrm{s}} \approx 2{,}78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 2{,}78 \times 3{,}6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 10{,}0\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$

$v_2 = \frac{l}{t_2} = \frac{400\ \mathrm{m}}{3{,}00 \times 60\ \mathrm{s}} \approx 2{,}22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 2{,}22 \times 3{,}6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 8{,}0\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$ 2 b

b) Zatiaľ čo chlapec prešiel celý okruh za dobu t_1 = 2,4 min = 144 s, sestra za tento čas prejde rýchlosťou v_2 dráhu $s = v_2\, t_1 = 2{,}22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times 144\ \mathrm{s} \approx 320\ \mathrm{m}$.

Vzdialenosť $x = l - s$ = 80 m. 2 b

c) Za čas t_3 prejde chlapec vzdialenosť $s_3 = v_1\, t_3$. Za rovnaký čas prejde sestra o jeden okruh menej, tzn. vzdialenosť $s_3 - l = v_2\, t_3$. Do tohto vzťahu dosadíme vzdialenosť s_3 chlapca

$v_1\, t_3 - l = v_2\, t_3$. Odtiaľ vyjadríme $(v_1 - v_2)\, t_3 = l$. Ak rovnicu delíme rozdielom rýchlostí, dostávame

$t_3 = \frac{l}{v_1 - v_2} = \frac{400}{2{,}78 - 2{,}22}\ \mathrm{s} \approx 714\ \mathrm{s} = 11\ \mathrm{min}\ 54\ \mathrm{s}$. 2 b

Za tento čas prejde chlapec vzdialenosť

$s_3 = v_1 t_3 = 2{,}78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times 714\ \mathrm{s} = 1\,985\ \mathrm{m} \approx 2{,}0\ \mathrm{km}$, 1 b

čo predstavuje 5 celých okruhov.

Pozn.: Úlohu možno riešiť aj inou úvahou, napr. keďže na jednom okruhu brata stratí sestra úsek s dĺžkou x = 80 m, celú dĺžku okruhu stratí po 400/80 = 5 okruhoch, tzn. chlapec musí prejsť 5 × 400 m = 2 000 m a potrebný čas $t_3 = 5 \times l \times v_1 \approx 719$ *s.*

d) Za čas t_4 prejde chlapec dráhu $d_4 = v_1\, t_4$ a sestra dráhu $l - d_4 = v_2\, t_4$. Ak dosadíme dráhu d_4 chlapca do druhého vzťahu, dostávame $l - v_1\, t_4 = v_2\, t_4$, odkiaľ po úprave máme $(v_1 + v_2)\, t_4 = l$. Túto rovnicu delíme súčtom rýchlostí a dostávame

$t_4 = \frac{l}{v_1 + v_2} = \frac{400}{2{,}78 + 2{,}22}\ \mathrm{s} \approx 80\ s = 1\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}$. 2 b

Za tento čas chlapec prejde dráhu $s_3 = v_1\, t_4 \approx 222$ m, 1 b

tzn. o 22 m za polovicu okruhu.

2. Pokusy s pohármi s vodou na váhach

Riešenie:

a) Na prst pôsobí vztlaková sila rovná tiaži vytlačenej vody, teda tiaži vody s hmotnosťou $m_v = \rho\, V = 2{,}0$ g. Rovnako veľkou silou ale opačného smeru pôsobí prst na vodu, takže záťaž na ľavej miske sa o túto silu zväčší. K dosiahnutiu rovnováhy váh treba na pravý tanier váh pridať závažie s hmotnosťou $m_a = 2{,}0$ g. 4b

b) Vyliata voda zostane v tanieri, preto tento prípad sa nelíši od prípadu (a). Na pravú misku treba pridať závažie s hmotnosťou $m_b = 2{,}0$ g. 3b

c) Prst pôsobí na pohár s vodou rovnakou silou ako v prípadoch (a) a (b). Keďže ale voda s hmotnosťou 2,0 g vytlačená prstom vyleje na stôl, rovnováha váh sa nezmení. Váhy zostanú vyvážené, a teda $m_c = 0{,}0$ g. 3 b

3. Vzducholoď

Riešenie:

a) Hmotnosť m_0 vzducholode bez kabíny a nákladu je súčtom hmotnosti m_k oceľovej konštrukcie, hmotnosti m_{p1} plátna a hmotnosti m_H vodíka v dutine vzducholode s objemom V.

$m_0 = m_k + m_{p1} + m_H$, kde

$m_k = m_1\, l_k = 20\,\frac{\text{kg}}{\text{m}} \times (4 \times 100\text{ m} + 8 \times 20\text{ m} + 8 \times \sqrt{2} \times 20\text{ m}) = 15{,}73$ t.

$m_H = \rho_v\, V = 0{,}089\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (20\text{ m} \times 20\text{ m} \times 100\text{ m}) = 3{,}56$ t.

Vzducholoď bez kabíny by sa mohla vznášať, ak tiažová sila by bola rovná vztlakovej sile okolitého vzduchu

$m_0\, g = \rho_{vz}\, V\, g$.

Odtiaľ máme $m_{p1} = \rho_{vz}\, V - m_k - m_H = 1{,}27\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 40\,000\text{ m}^3 - 15\,730\text{ kg} - 3\,560\text{ kg} = 31{,}5$ t.

Plocha pokrytá plátnom $S = 2\,a\,b + 2\,a\,c + 2\,b\,c = 8\,800\text{ m}^2$.

Plošná hmotnosť plátna $\mu_{p1} = \frac{m_{p1}}{S} = \frac{31\,500\,kg}{8\,800\,m^2} = 3{,}58\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. 4 b

b) Ak sa na vzducholoď zavesí gondola s nákladom zvýši sa hmotnosť vzducholode z hodnoty m_0 na hodnotu $m_0 + M$. Ak zopakujeme postup z časti a), dostávame

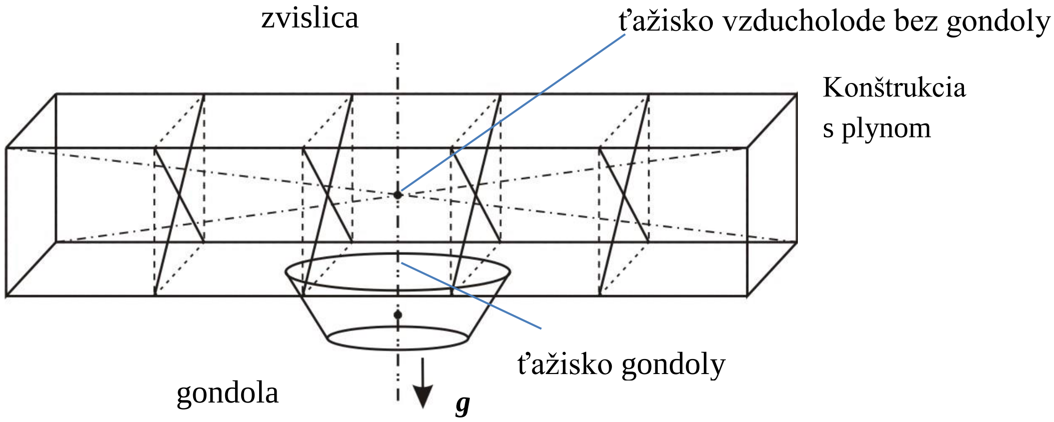
$m_{p2} = \rho_{vz}\, V - m_k - m_H - M = 1{,}27\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 40\,000\text{ m}^3 - 15\,730\text{ kg} - 3\,560\text{ kg} - 25\,000\text{ kg} = 6{,}51$ t.

Plošná hmotnosť plátna $\mu_{p2} = \frac{m_{p2}}{S} = \frac{6\,510\text{ kg}}{8\,800\text{ m}^2} = 0{,}74\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. 3 b

c) Obrázok RF–1

V stave rovnováhy sa musia ťažiská konštrukcie s plynom a gondoly nachádzať na jednej zvislej priamke. Ak je ťažisko konštrukcie v jej strede a vzducholoď má mať vodorovnú polohu, musí sa ťažisko gondoly nachádzať zvislo pod ťažiskom konštrukcie s plynom.

Pozn.: Keďže konštrukcia skutočnej vzducholode má zložitejší tvar, má ťažisko, a teda aj gondolu, posunutú dopredu.



Obr. RF-1

3 b

4. Klimatické zmeny

Riešenie:

a) Hmotnosť vody oceánov a morí je $m_m = k\,S\,h\,\rho_m \approx 1{,}34\times10^{21}$ kg. Teplo potrebné na zohriatie o 1 °C je

$Q_m = m_m\,c_m\,\Delta T \approx 5{,}60\times10^{24}$ J 1 b

Hmotnosť atmosféry $m_v = m_{vz}\,S \approx 5{,}26\times10^{18}$ kg. Teplo potrebné na zohriatie o 1 °C je

$Q_v = m_v\,c_v\,\Delta T \approx 5{,}26\times10^{21}$ J. 1 b

b) Na povrch Zeme dopadá za 1 s energia žiarenia

$E_{S1} = E_S\,(1-\eta)\,(S/4) \approx 8{,}04$ J/s. 1 b

Stanovíme požadované pomery

$$p_m = \frac{Q_m}{E_{S1}} = \frac{5{,}60\times10^{24}\ \text{J}}{8{,}04\times10^{16}\ \text{J/s}} \approx 6{,}97\times10^{7}\ \text{s} \approx 2\ \text{r}\ 76\ \text{d},$$

$$p_v = \frac{Q_v}{E_{S1}} = \frac{5{,}26\times10^{21}\ \text{J}}{8{,}04\times10^{16}\ \text{J/s}} \approx 6{,}54\times10^{4}\ \text{s} \approx 18\ \text{h}\ 10\ \text{min}.$$ 1 b

Pomery majú rozmer času a udávajú, za aký čas by sa príkonom E_{S1} zohriala voda v moriach a oceánoch alebo vzduch v atmosfére. 1 b

Keby celý príkon E_{S1} pohltila iba voda v oceánoch a moriach, stúpla by teplota vody o 1 °C za 2 roky a 76 dní. Keby príkon E_{S1} celý pohltil iba vzduch v atmosfére, stúpla by teplota vzduchu o 1 °C už za 18 hodín a 10 minút. 1 b

c) Tepelné kapacity sú

$C_m = m_m\,c_m \approx 5{,}60\times10^{24}$ J/kg, $C_v = m_v\,c_v \approx 5{,}26\times10^{21}$ J/kg.

Voda má najväčšiu hmotnostnú tepelnú kapacitu z látok na Zemi a má obrovskú hmotnosť. Na zmenu teploty o 1 °C smerom nahor alebo nadol je potrebná obrovská energia rovná hodnote C_m. Keďže tepelná kapacita atmosféry je 1 000krát menšia, zohrievala by sa rovnakou energiou 1 000krát rýchlejšie. 1 b

d) Na Zem dopadá energia slnečného žiarenia, ale Zem vďaka svojej teplote vyžaruje energiu do vesmíru. Ako vieme z vlastnej skúsenosti, teleso vyžiari viac energie, ak má vyššiu teplotu. Teplota povrchu Zeme sa ustálila na hodnote, pri ktorej je vyžiarená energia rovná energii prijatej.

Ak sa vyžarovanie obmedzí napr. skleníkovým efektom, teplota zemského povrchu sa začne zvyšovať – nastane globálne otepľovanie. 1 b

e) K skleníkovému efektu prispieva aj voda v atmosfére. Jej množstvo sa ale z dôvodu stabilnej teploty povrchu Zeme takmer nemení. Keby ale došlo ku globálnemu otepľovaniu, množstvo vody (vodných pár) v atmosfére by sa zväčšovalo a skleníkový efekt by sa zrýchlil. Ako príklad si stačí uvedomiť, že cez mrazivý deň je pri jasnej oblohe výrazne nižšia teplota, ako keď sa obloha zatiahne mrakmi. 1 b

f) Hodnoty možno nájsť vo fyzikálnych tabuľkách alebo na internete, napr. mosadz (900 °C), hliníkové zliatiny (460-670 °C), kadmium (321 °C), olovo (328 °C), horčík (650 °C), plutónium (640 °C), cín (232 °C), zinok (420 °C). Aj niektoré horniny sa začínajú topiť pri 600 °C (typické teploty magmy sú 600 °C až 1100 1C). 1 b

5. Varenie vody po indiánsky

Riešenie:

a) Nádoba s vodou prijala od kameňov teplo $Q = m\,c\,(t_2 - t_1) + C_n\,(t_2 - t_1)$,

kamene odovzdali rovnaké teplo $Q = N\,m_k\,c_k\,(t_k - t_2)$.

Z rovnosti odovzdaného a prijatého tepla dostávame po úprave

$$t_2 = \frac{N\,m_k\,c_k\,t_k + \left(m\,c + C_n\right)t_1}{m\,c + C_n + N\,m_k\,c_k} \approx 82{,}9\ °\mathrm{C}.$$ 3b

b) Ak vo výslednom vzťahu zmeníme $t_2 \to t_v$ a $N \to N_v$, vyjadríme počet kameňov

$$N_v = \frac{\left(m\,c + C_n\right)\left(t_v - t_1\right)}{m_k\,c_k\left(t_k - t_v\right)} \approx 5{,}3,$$

takže počet kameňov musí byť $N_v = 6$. 3 b

c) Výhody: Voda sa zohreje na potrebnú teplotu veľmi rýchlo, takmer okamžite. Čadič má hustotu trikrát väčšiu ako voda, čo je výhodné, lebo kamene tak zaberajú málo miesta. Hlinené nádoby zle vedú teplo, zohrievať hlinenú nádobu priamo v ohni by mohlo spôsobiť prasknutie nádoby a tým aj vyliatie obsahu nádoby.

Nevýhody: Voda oproti kameňom má výrazne vyššiu mernú tepelnú kapacitu a k zohriatiu je potrebné veľa kameňov. Kamene musia byť v ohnisku a budú znečistené. Väčšie kamene by pri manipulácii mohli rozbiť nádobu.

4 b

Pozn.: Za každú fyzikálne prijateľnú výhodu 1 bod, najviac dva body a rovnako za každú fyzikálne prijateľnú nevýhodu 1 bod, najviac dva body.

6. Zobrazovanie v rovinnom zrkadle

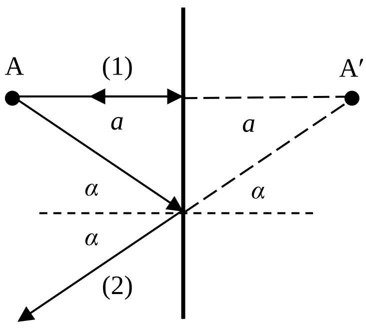
Riešenie:

a) Obr. RF−2 2 b

Na zobrazenie použijeme lúč (1) kolmý na zrkadlo, ktorý sa odrazí v smere dopadu. Druhý lúč (2) vedieme šikmo. Uplatníme zákon odrazu, podľa ktorého uhol dopadu α je rovný uhlu odrazu. Pri pozorovaní zo strany predmetu A vidíme obraz na priesečníku odrazených lúčov, ktoré zdanlivo vychádzajú z bodu A′ za zrkadlom.

Vzniká tak zdanlivý obraz umiestnený symetricky k predmetu A podľa roviny zrkadla.

Reálny obraz bodového predmetu vzniká v priesečníku skutočných lúčov, zdanlivý obraz v priesečníku iba zdanlivých predĺžení skutočných lúčov. 1 b



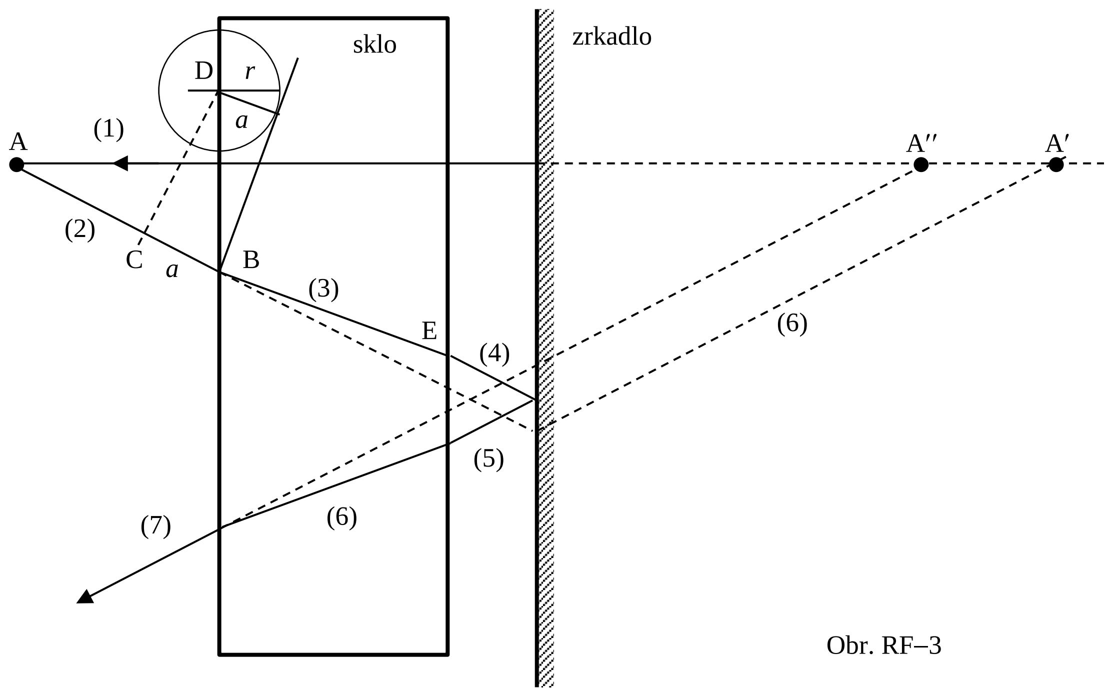
Obr. RF−2

b) Svetlo sa šíri najväčšou rýchlosťou vo vákuu. Rýchlosť svetla vo vákuu je definovaná presnou hodnotou $c_0 = 299\,792\,458\ \frac{m}{s}$. Bežne sa používa zaokrúhlená hodnota $c_0 \approx 300$ tis. km/s.

Index lomu n prostredia udáva, koľkokrát menšia je rýchlosť šírenia v danom prostredí ako vo vákuu

$c_1 = \dfrac{c_0}{n}$, pre uvedené sklo $c \approx 200$ tis. km/s. 2 b

c) Obr. RF−3 3 b



Obr. RF−3

Zvolíme dva lúče z bodu A. Lúč kolmý na dosku i zrkadlo sa odrazí pozdĺž tej istej priamky nazad (1). Druhý lúč (2) ide šikmo vzhľadom na povrch dosky. Na lúči zvolíme úsek a a z bodu C vedieme kolmicu na lúč (vlnoplochu) do bodu D na povrchu dosky. V bode D zostrojíme kružnicu s polomerom $r = a / n$. Podiel $p = a/b = 1/n = 1/1{,}5 = 2/3$. 2 b

Z bodu B vedieme dotyčnicu ku kružnici (druhá vlnoplocha). Lúč (3) v doske je kolmý na dotyčnicu. V bode E lúč vystupuje do vzduchu (4) rovnobežne s lúčom (2) a odrazí sa od zrkadla (5). Potom vstupuje do dosky (6) a nakoniec vystúpi pred dosku (7). Pozorovateľ pred doskou vidí zdanlivý obraz A″ bodu A na priesečníku lúčov (1) a (7). V obrázku je zakreslený i obraz A′ bodu A bez sklenenej dosky.

Doska medzi pozorovateľom a zrkadlom sa prejaví posunutím obrazu smerom k pozorovateľovi. 2 b

Pozn.: Riešiteľ môže nakresliť správne obrazy bodu A (bez sklenenej dosky a s doskou), aj bez zohľadnenia lomu prostredníctvom vlnoplôch. Obraz A´´ je bližšie k zrkadlu ako obraz A´. Za riešenie priznáme 2b.

7. Určenie priemeru Slnka

Riešenie:

Podľa návodu v zadaní.

Správny postup a rozumný výsledok 10 b

61. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie F*

Autori návrhov úloh:	Ivo Čáp (1,4), Boris Lacsný (3,5,7), Aba Teleki (2), Daniel Kluvanec (5)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Kluvanec
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019