60. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2018/2019
kategória C – domáce kolo
Texty úloh v maďarskom jazyku

1. Farönk kiemelése a víztározóból

A víztározóban egy L hosszúságú, D átmérőjű farönk úszik. A rönk merőleges a töltésre, amelytől a távolsága a. A munkások a rönköt daruval emelték ki. A darun a felső csiga $h>L$ magasságban van a víz szintje, egyúttal a tározó partja fölött. A rönk partközeli végéhez erősítették a daru kötelét. A kötél másik vége a daru r sugarú csörlőjéhez volt rögzítve. A daru motorjának indításakor a csörlő N frekvenciával forogva kezdte a kötelet felcsévélni.

a) Magyarázza el, hogyan mozog a rönk a csörlő indítását követően. Készítsen egy vázlatot, melyben feltünteti a rönk jellegzetes helyzeteit. Feltételezhetjük, hogy a rönk mozgása lassú, gyorsulása elhanyagolható.

b) Fejezze ki a rönk parttól mért x távolságát a t idő függvényeként! Határozza meg azt a t_1 időt, amely alatt a rönk eléri a víztározó partját. Szerkessze meg az $x(t)$ függvényt (x távolság az idő függvényében) grafikonját.

c) Fejezze ki a rönk vízfelszínnel bezárt α szögét a t idő függvényeként, ahol $t > t_1$. Mekkora az a t_2 idő, amelynek elteltével a rönk függőleges helyzetbe kerül? Mekkora y_2 hosszúságú része lesz a rönknek a vízfelszín felett t_2 idő elteltével? Határozza meg azt a t_3 időt, melynek elteltével az egész rönk kint lesz a vízből!

d) Határozza meg az F kötélerőt a t idő függvényeként! Szerkessze meg az $F(t)$ függvény grafikonját!

Oldja meg a feladatot először általánosan, majd a következő értékekre: L = 10 m, D = 30 cm, a fa sűrűsége ρ = 700 kg·m^{-3}, a = 20 m, h = 15 m, r = 10 cm, N = 30 min^{-1}, g = 9,8 m·s^{-2}, a víz sűrűsége ρ_v = 1 000 kg·m^{-3}.

Tekintse a rönköt hosszú, vékony, homogén hengernek. A kötél tömegét, a csörlő átmérőjének változását, valamint a víz közegellenállását ne vegye figyelembe!

2. Pulzár a Rák-ködben

A kozmosz figyelemreméltó objektumainak egyike a Földtől 2 200 pc távolságra levő Rák-ködben található pulzár. Ez az égitest azzal hívja fel magára a figyelmet, hogy T = 33,5 ms periódusú sugárzást bocsát ki. A pulzár valójában egy szupernova-robbanás után visszamaradt neutroncsillag. A Rák-ködben végbement szupernova-robbanást 1054-ben Kínában figyelték meg. Az égbolton fénylő pontot még nappal is látni lehetett.

a) Mekkora távolság a csillagászatban használt: 1 ly (fényév), 1 au (asztronómiai egység), 1 pc (parszek)? Fejezze ki a pulzár Földtől mért d távolságát ly egységben!

A neutroncsillag az $M \in (1{,}4;\ 2{,}2)\ M_S$ tömegű csillagok fejlődésének végső stádiuma (M_S a Nap tömege). A nagyon gyorsan forgó neutroncsillag sugara kb. 10 km és 20 km közé tehető. Tekintve, hogy a neutroncsillagnak nagyon erős a mágneses tere, forgása közben egy olyan szinkrotron-sugárzás keletkezik, amely egy szűk sugárzáskúpban terjed, és ez a kúp együtt forog a neutroncsillaggal. A Föld periodikusan kerül ebbe a sugárzáskúpba, és így szabályos időközönként kapja az RTG-sugárzás impulzusokat. A neutroncsillagban a neutronok ugyanolyan sűrűn helyezkednek el, akár az atommagban, ezért van az, hogy a sűrűségük közel akkora, mint az atommagok sűrűsége.

b) Képzelje a neutront egy pici, gömb alakú részecskének, melynek a sugara $r_n \approx 0{,}8\ fm$, tömege $m_n = 1{,}67 \times 10^{-27}\ kg$. Határozza meg a neutron ρ_n sűrűségét, és hasonlítsa össze a víz $\rho_v = 1\ 000\ kg \cdot m^{-3}$ sűrűségével.

c) Tételezze fel, hogy a neutronanyag sűrűsége megegyezik a neutron sűrűségével. Határozza meg az $m_1 = 1\ 000\ t$ tömegű neutrongömb D_n átmérőjét! Határozza meg a Rák-köd pulzárjának M_K tömegét, ha a sugara $R_K \approx 10\ km$, majd fejezze ki ezt a tömeget az $M_S \approx 2{,}0 \times 10^{30}\ kg$ Naptömeg többszöröseként!

d) A neutroncsillag az elektromágneses sugárzásnak egy meglehetősen bőséges forrása. Az energiaveszteség abban nyilvánul meg, hogy a forgásának növekszik a periódusa. A mérések szerint $\Delta t = 1\ nap$ alatt a periódusváltozás $\Delta T = -38\ ns$. Határozza meg a pulzár periódusváltozásából adódó P_K sugárzásteljesítményét! Vesse össze ezt a teljesítményt a Nap $P_S \approx 3{,}8 \times 10^{26}\ W$ sugárzásteljesítményével!

Megj.: A homogén gömb súlyponton átmenő forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $I = (2/5)\ M R^2$. A d) feladat megoldásánál alkalmazható a $(1 + x)^n \approx 1 + n\,x$ közelítő formula, ha $x << 1$.

3. Gyümölcsbefőzés

Gyümölcséréskor a háziasszonyok „bespájzolnak” a téli időszakra. Az egyik legelterjedtebb módszer a befőzés. A befőzőpoharakat kb.95 % tölti ki a gyümölcs és a szirup. A poharakra rákerül a csavaros fedél, és maga a befőzés kb. 85 °C-on valósul meg. Ezután a befőttesüvegeket hagyjuk kihűlni, aminek következtében a fedél rászívódik a pohárra, és ez megakadályozza azt, hogy a környezetből levegő kerülhessen a befőttbe. A melegítés elpusztítja a mikroorganizmusokat és csökkenti az oxigén mennyiségét, így aztán a befőtt hosszabb tárolási időt is kibír.

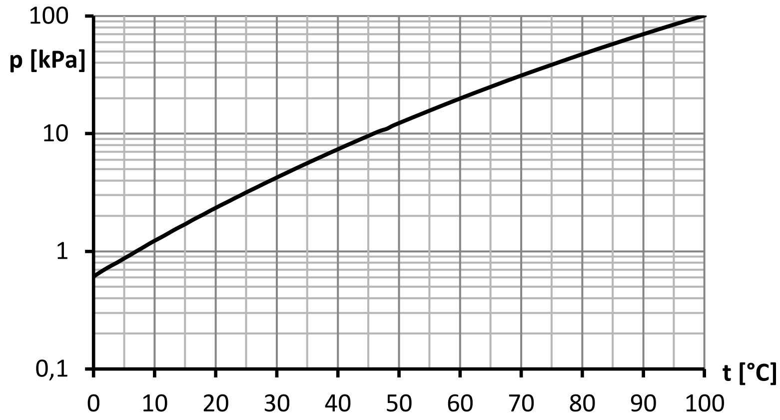
a) Ismerkedjen meg a *Φ abszolút és φ relatív páratartalom* nevű fizikai mennyiségekkel. Határozza meg az oxigén parciális nyomását a levegőben nulla légnedvesség mellett, normál légnyomásnál. Magyarázza meg, miért fullad meg az ember olyan környezetben, ahol 100 % a relatív páratartalom és 100 °C a hőmérséklet.

b) Vizsgáljunk egy $V_0 = 0{,}70$ l térfogatú befőzőpoharat, amelyet térfogatának $v = 95$ %-ára megtöltöttünk gyümölccsel és sziruppal, fölötte a lezárt pohárban $p_0 = 101$ kPa nyomású, $t_1 = 20$ °C hőmérsékletű, $\varphi_1 = 40$ % relatív páratartalmú levegő van. Határozza meg, mennyi ebben a levegőben az oxigén n_1 anyagmennyisége!

c) Ezt követően a befőzőpoharat $t_2 = 85$ C-ra melegítjük, és kellően hosszú ideig ezen a hőmérsékleten hagyjuk. Mivel a fedelet csak lazán csavartuk a pohárra, a levegő egy része el tud távozni, így a pohárban mindvégig $p_0 = 101$ kPa atmoszferikus nyomás uralkodik. Közben a pohárban a víz nyilván párolog, és kialakul az egyensúly a folyadék és a levegő között, ami viszont azt jelenti, hogy a pohárba zárt levegő relatív páratartalma $\varphi_2 = 100$ % lesz. Határozza meg ebben az állapotban is az oxigén n_2 anyagmennyiségét, és vesse össze az n_1 értékkel.

d) Határozza meg, mekkora M forgatónyomatékkal lehet a fedelet meglazítani t_1.hőmérsékleten! A fedél átmérője azon a részen, ahol az üveggel érintkezik $d = 83$ mm, a súrlódási együttható az érintkező felületek között $f = 0{,}80$.

A víz gőznyomásgörbéje a C−1 ábrán látható.



C–1 ábra (nézze meg pl.: http://people.tuke.sk/jaroslav.dzmura/files/tabulky.pdf)

4. Jégeső

2016. június 20-án egy intenzív jégverés pusztított az országban. Egyes helyeken a jégdarabok mérete kb. 1 cm-es volt, máshol viszont elérte a 2-3 cm-t is. Felvetődik ilyenkor, hogy milyen közvetlen veszélyt jelent ez az emberre. Vizsgáljuk meg ezt a kérdést egy egyszerű modell segítségével.
A szóban forgó jégdarabok valójában szabálytalan alakúak, de lehetnek akár gömb vagy kúp formájúak is, a méretük pedig 5 mm feletti. Kialakulásuk a viharfelhőkben jelen levő emelkedő és süllyedő áramlatok hűtő hatásának tudható be. Ezen hatás következtében alakulnak ki a jégszemcsék, majd fokozatosan nagyobb jégdarabokká növekednek. Ez a növekedési folyamat egészen addig tart, míg az emelkedő áramlat képes megtartani a jégdarabot. A jég további növekedése pedig elindítja a jégesőt.

Tételezzük fel, hogy a jégdarabok gömb alakúak, amely formánál az alaktényező C_g = 0,48, a levegő sűrűsége ρ_{vz} = 1,29 kg.m^{-3} és független a tengerszint feletti magasságtól.

a) A légellenállás hatására a jégdarabok esési sebessége állandósul. Írja erre az állandósult állapotra vonatkozó mozgásegyenletet, majd határozza meg a v_k állandósult sebességet, ha a jégdarab sugara r = 10 mm.

b) Tudvalevő, hogyha az ember fejére merőlegesen becsapódó jégdarab energiája legalább E_0 = 80 J, akkor ez már halálos lehet. Határozza meg az a) feladatban tárgyalt jégdarab E krúpy energiáját! Határozza meg annak a jégdarabnak az r_m sugarát, amely állandósult állapotban halálos balesetet okozhatna.

c) Íme, egy Wikipédián található információ: „A legnagyobb méretű, jégverés után talált jégdarabot 1970. szeptember 3-án a Kansas állambeli Coffeyville településen találták. Tömege m_m = 766 g, leghosszabb mérete l = 15 cm , kerülete pedig o = 44 cm volt. Feltételezhetően kb. v_m = 43 m·s^{-1} nagyságú, állandósult sebességgel csapódott be."

   Tételezze fel, hogy a rekordméretű jégdarab forgástest alakú volt, a szimmetriatengelye pedig függőleges helyzetű. Határozza meg a jégdarab C_t alaktényezőjét.

d) Alkosson egy numerikus modellt az a) kérdésben tárgyalt esethez, majd vizsgálja meg ezt a szituációt számítógéppel, pl. EXCEL programmal. Írja fel a v sebességre és a d útra vonatkozó összefüggéseket úgy, hogy figyelembe veszi a légellenállást. A modell segítségével határozza meg azt a t_1 időt, amely alatt a jégdarab eléri a v_1 = 0,99 v_k sebességet, továbbá az ezen idő alatt befutott d_1 utat. Rajzolja meg a sebesség – idő, és az út – idő grafikonokat!

A nehézségi gyorsulás g = 9,8 m·s^{-2}, a jég sűrűsége ρ_0 = 900 kg.m^{-3}

5. A gáz hőmérséklete

Egy szilárd felületen nyugvó, d = 10 cm átmérőjű, függőleges helyzetű dugattyús hengerben t = 20 °C hőmérsékletű levegő van. A dugattyú tömege a rá helyezett nehezékkel együtt M = 20 kg, a levegőoszlop magassága h_0 = 30 cm.

a) Készítsen vázlatot! Határozza meg a hengerbe zárt levegő m tömegét!

A levegő melegítésének következtében a dugattyú emelkedni kezdett.

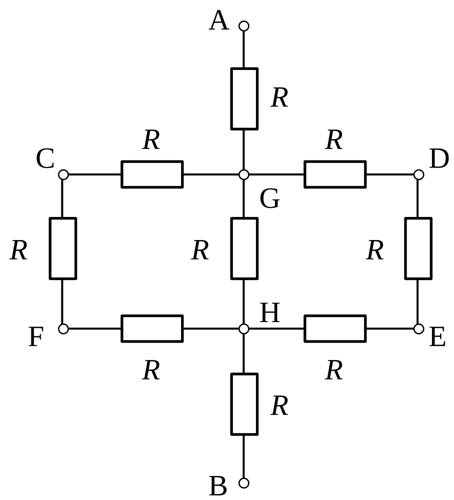
b) Határozza meg a gázzal közölt Q hőt, ha a dugattyú emelkedése Δh = 10 cm.

c) Határozza meg a nehezék emelésének $\eta = W/Q$ hatásfokát, ahol W a hengerbe zárt levegő által végzett munka.

Az atmoszferikus nyomás p_a = 101 kPa, g = 9,8 m·s^{-2}, a levegő móltömege $M_m = 29\times10^{-3}$ kg·mol^{-1}, az egyetemes gázállandó R = 8,31 J·K^{-1}·mol^{-1}. Tekintse a levegőt kétatomos molekulák alkotta ideális gáznak, s = 5 szabadságfokkal.

6. Rezisztorok

A diákok elektromos áramkörökkel kísérleteztek. Kilenc darab, azonos R ellenállású rezisztorból egy olyan áramkört építettek, amelynek kapcsolási rajzát a C– 2 ábra mutatja. Rendelkezésükre állt egy egyenáramot szolgáltató változtatható feszültségű tápegység, melynek kijelzőjén a tápegység kapcsain mérhető U feszültség, valamint az áramkörbe táplált P teljesítmény jelenik meg. Rendelkezésükre állt továbbá egy nagyon nagy belső ellenállású voltméter, valamint egy nagyon kis belső ellenállású amperméter. A tápegységet különböző csomópont-párokhoz kapcsolták, a feszültséget és az áramot pedig a mérőeszközökkel mérték. A mennyiségeket először megmérték, majd kiszámították. Figyelték, hogy egyeznek-e a mért ill. számolt mennyiségek. A tápegység belső ellenállását ne vegye figyelembe!



C–2 ábra

Először az A és B pontokhoz kapcsolták a tápot, melynek kijelzője U = 13 V és P = 6,5 W értéket mutatott.

a) Határozza meg a táp által szolgáltatott I_1 áramot, a G és H pontok közötti U_1 feszültséget, valamint a rezisztorok R ellenállását!

Másodszor a C és D pontokhoz kapcsolták a tápot, és ismét U = 13 V értékre állították.

b) Határozza meg a G és H pontok közötti U_2 feszültséget, valamint a táp által szolgáltatott I_2 áramot.

Harmadízben a C és E pontokhoz kapcsolták a tápegységet, és ugyancsak U = 13 V értéket állítottak be.

c) Határozza meg a G és H pontok közötti U_3 valamint a táp által szolgáltatott I_3 áramot.

Mindegyik esetben készítse el a rezisztorok és a tápegység kapcsolási rajzát, melyekben feltünteti a csomópontokat, feszültségeket és áramokat!

7. **A test súlypontjának és tehetetlenségi nyomatékának meghatározása** – *kísérleti feladat*

A merev test jellemzésére néhány fizikai mennyiséget használhatunk. A tömegének meghatározása egyszerű, a tehetetlenségi nyomatékának és a súlypontjának a meghatározására több kísérleti módszer is kínálkozik. Azt tudjuk, hogy a felfüggesztett merev test súlypontja a felfüggesztési pont alatt található.

Feladat: Határozza meg egy kétdimenziós szabálytalan test T súlypontját, valamint a súlyponton átmenő, testre merőleges tengelyre vonatkoztatott I tehetetlenségi nyomatékát!

A mérés menete:

a) Vastag papírból vagy műanyag lemezből vágjon ki egy szabálytalan alakot! A lehető legpontosabban határozza meg a test m tömegét!

b) Legalább 5 helyen lyukassza ki egy tűvel a testet, majd számozza meg a lyukakat! Valamelyik lyukba rögzítsen cérnát úgy, hogy az egyik szabad végénél felfüggeszthesse a testet, a másik szabad végére pedig kössön egy pici nehezéket, ami feszesen tartja a cérnát! A cérna kijelöli a testen a súlyvonalat. Az így megtalált súlyvonalat rajzolja rá a testre! A kísérletet végezze el az összes lyukkal és győződjön meg róla, hogy a súlyvonalak egyetlen pontban, a T súlypontban metszik egymást! Mérje le a lyukak a_i távolságát a súlyponttól, az adatokat írja be táblázatba – 1. táblázat.
Megj.: A lyukakat úgy alakítsa ki, hogy a T súlyponttól mért távolságok különbözzenek egymástól (a legnagyobb és legkisebb távolság aránya > 3).

c) Alakítson ki a tűből rögzített vízszintes tengelyt, majd vezesse át ezt a tengelyt a testen kialakított lyukon. Térítse ki a testet, majd engedje el. A test fizikai ingaként fog lengéseket végezni. Ügyeljen arra, hogy a lengés síkja a test síkjába essen! Minden egyes lyukra vonatkozóan mérje meg a T_i lengésidőket! Az értékeket írja be az 1. táblázatba!

d) A fizikai inga lengésidejére vonatkozó képletből határozza meg az egyes tengelyekre vonatkoztatott I_i tehetetlenségi nyomatékot!

$$T_i = 2\pi\sqrt{\frac{I_i}{m\,g\,a_i}}\ \text{, ahol } g = 9{,}8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

A kiszámított I_i értékeket írja be az 1. táblázatba!

e) A Steiner-tételt így írhatjuk fel: $I = I_T + m\,a^2$, ahol I_T a súlyponton átmenő, testre merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték
A méréssel és számítással kapott a_i, T_i értékek felhasználásával rajzoljuk meg az $I = f(a^2)$ függvény grafikonját. Győződjünk meg róla, hogy a pontok megközelítőleg egy egyenesen helyezkednek-e el, ami ugye a Steiner-tételt igazolná. Fektessünk egyenest a pontokon keresztül! Határozzuk meg az egyenes iránytényezőjét, és az eredményt vessük össze az a) részben mérlegeléssel kapott m értékkel. A pontokon át vezetett egyenes kijelöli az I_T súlypontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékot is. Határozzuk meg ezt az értéket!

60. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie C*

Autori návrhov úloh:	Ivo Čáp 1, 7, Ľubomír Konrád 2, 4, 6, Dušan Nemec 3, Kamil Bystrický 5
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Redakcia:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maď. jazyka:	Anikó Hevesi
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019