60. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2018/2019
Celoštátne kolo kategórie A
Trenčianske Teplice 12. apríla 2019
Riešenie teoretických úloh

1. Zostup lunárneho modulu

Riešenie:

a) Pri pohybe kozmickej lode po kružnici okolo Mesiaca je dostredivá gravitačná sila v rovnováhe so zotrvačnou (odstredivou) silou

$$G\frac{M_M\, m_R}{(R_M + h_R)^2} = m_R \frac{v_R^2}{R_M + h_R}$$, kde m_R je hmotnosť kozmickej lode.

Odtiaľ máme $v_R = \sqrt{G\dfrac{M_M}{R_M + h_R}}$.

Doba obehu $T_R = 2\pi\dfrac{R_M + h_R}{v_R} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_M + h_R)^3}{G M_M}}$.

Pre dané hodnoty $v_R \approx 1{,}63\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$, $T_R \approx 7{,}14\ \mathrm{ks} \approx 1\ \mathrm{h}\ 59\ \mathrm{min}\ 10\ \mathrm{s}$.

b) Modul bude zostupovať v centrálnom gravitačnom poli Mesiaca po eliptickej trajektórii. Pri pohybe sa zachováva moment hybnosti modulu vzhľadom na stred Mesiaca (2. Keplerov zákon)

$$(R_M + h_R)\, m v_0 = \left(R_M + h_A\right) m v_A \cos\alpha\,, \tag{1}$$

kde m je hmotnosť modulu.

Pri pohybe v gravitačnom poli sa zachováva mechanická energia

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - G\frac{m M_M}{R_M + h_R} = \frac{1}{2} m v_A^2 - G\frac{m M_M}{R_M + h_A}\,,$$

odkiaľ $$v_A^2 = v_0^2 + 2G M_M\left(\frac{1}{R_M + h_A} - \frac{1}{R_M + h_R}\right). \tag{2}$$

Po dosadení do (1) $$v_0^2 = \frac{2G M_M\left(\dfrac{1}{R_M + h_A} - \dfrac{1}{R_M + h_R}\right)}{\left(\dfrac{R_M + h_R}{R_M + h_A}\right)^2 - \cos^2\alpha}\cos^2\alpha\,,$$

a teda $$v_0 = \sqrt{\frac{2G M_M\left(h_R - h_A\right)\cos^2\alpha}{\left(R_M + h_R\right)^2 - \left(R_M + h_A\right)^2\cos^2\alpha}\,\frac{R_M + h_A}{R_M + h_R}}\,.$$

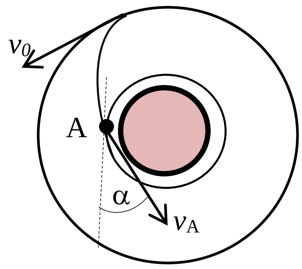
Pre dané hodnoty $v_0 \approx 757\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

V bode A má modul rýchlosť, podľa (2),

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + 2G M_M\left(\frac{1}{R_M + h_A} - \frac{1}{R_M + h_R}\right)}\,.$$

Pre dané hodnoty $v_A \approx 919\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Obr. RA–1



Obr. RA-1

c) Ak je uhol $\alpha = 0$, bod A je vrchol elipsy. Zo zákonov zachovania momentu hybnosti, resp. plošnej rýchlosti,

$$m\, v_{01}\, (R_M + h_R) = m\, v_{A1}\, (R_M + h_A),$$

a mechanickej energie

$$\frac{1}{2} m v_{01}^2 - G\frac{mM_M}{R_M + h_R} = \frac{1}{2} m v_{A1}^2 - G\frac{mM_M}{R_M + h_A}$$

dostávame

$$v_{01} = \sqrt{\frac{2GM_M\left(h_R - h_A\right)}{\left(R_M + h_R\right)^2 - \left(R_M + h_A\right)^2}}\sqrt{\frac{R_M + h_A}{R_M + h_R}}$$

a $$v_{A1} = \sqrt{\frac{2GM_M\left(h_R - h_A\right)}{\left(R_M + h_R\right)^2 - \left(R_M + h_A\right)^2}}\sqrt{\frac{R_M + h_R}{R_M + h_A}} \quad .$$

Pre dané hodnoty $v_{01} \approx 1{,}61\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$, $v_{A1} \approx 1{,}69\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

Na určenie času zostupu použijeme 3. Keplerov zákon, podľa ktorého je tretia mocnina pomeru hlavných polosí rovná druhej mocnine pomeru dôb obehu. Pre riešený prípad máme

$$\left(\frac{2t_A}{T_R}\right)^2 = \left(\frac{2R_M + h_A + h_R}{2R_M + 2h_R}\right)^3, \text{ a teda } t_A = \frac{T_R}{2}\left(\frac{2R_M + h_A + h_R}{2R_M + 2h_R}\right)^{3/2} .$$

Pre dané hodnoty $t_A \approx 3{,}44$ ks ≈ 57 min 20 s.

2. Elektrický obvod

a) V ustálenom stave pri konštantnom napätí zdroja je na induktoroch L_1 a L_2 nulové napätie a kapacitormi C_1 a C_2 prechádza nulový prúd. Ustálený prúd I_{10} prechádzajúci induktorom L_1 je $I_0 = \frac{U_0}{R}$. Prúd prechádzajúci induktorom L_2 je nulový. Napätia na kapacitoroch $U_{10} = U_{20} = 0$ V.

Po odpojení zdroja spínačom S zostane bezstratový obvod, v ktorom sa zachováva celková energia elektrického poľa kapacitorov a magnetického poľa induktorov, ktorá je na začiatku

$$E_{\mathrm{L1}} = \frac{1}{2} L_1 I_{10}^2 = U_0^2 \frac{L_1}{2R^2}. \qquad (1)$$

Po vypnutí spínača je prúd induktora $I_1 > 0$ a postupne klesá. Pre tento smer prúdu je dióda otvorená, tzn. napätie $U_{\mathrm{D}} = 0$ V a dvojpól L_2, C_2 je diódou skratovaný ($I_2 = 0$ A). Prúdom I_1 sa zelektrizuje kapacitor C_1. Keď I_1 klesne na nulu za čas t_1, je energia $E_{\mathrm{C1}} = E_{\mathrm{L1}}$ a $U_1 < 0$. Kapacitor C_1 sa potom začne vybíjať. Pre vybíjací prúd je dióda v závernom smere, tzn. $I_{\mathrm{D}} = 0$ A, a teda C_1 sa vybíja prúdom $I_2 > 0$ A cez dvojpól L_2, C_2, L_1. Napätie U_2 dosiahne maximum, keď prúd I_2 v obvode poklesne na nulovú hodnotu, tzn. energia E_{L1} bude rozložená na kapacitoroch C_1 a C_2. Keďže deje v prvej etape a v druhej etape prebiehajú ako samovoľné deje v obvode LC, priebehy obvodových veličín sú opísané harmonickými funkciami. Maximum prúdu je tak maximálnou hodnotou príslušného sínusového priebehu. 1,5 b

b) V okamihu rozpojenia spínača je dióda polarizovaná v priepustnom smere a má teda nulový odpor. Dej tak prebieha v uzatvorenej slučke L_1, C_1, D. Prúd I_1 sa mení podľa harmonickej funkcie (netlmené harmonické kmity)

$$I_1(t) = I_0 \cos\omega_1 t,$$

kde $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$ je uhlová frekvencia vlastných kmitov L_1, C_1 obvodu. (2)

Napätie U_{C1} na kapacitore C_1 je posunuté o štvrtinu periódy

$$U_{\mathrm{C1}} = U_{\mathrm{C1m}} \sin\omega_1 t. \qquad (3)$$

Napätie dosiahne maximálnu hodnotu, keď prúd I_1 klesne na nulu, tzn. v čase

$$t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{L_1 C_1}. \qquad (4)$$

Energia E_{L1} je rovná energii nabitého kapacitora

$$E_{\mathrm{L1}} = U_0^2 \frac{L_1}{2R^2} = \frac{1}{2} C_1 U_{\mathrm{1m}}^2, \text{ odkiaľ } U_{\mathrm{1m}} = \frac{U_0}{R}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}. \qquad (5)$$

Pre dané hodnoty: $U_{\mathrm{1m}} \approx 37{,}9$ V, $t_1 \approx 99$ μs.

c) V čase t_1 sa mení polarita prúdu I_1 (kapacitor sa začína vybíjať), dióda prechádza do záverného stavu $I_{\mathrm{D}} = 0$ A. Kapacitor C_1 sa vybíja cez obvod C_1, L_1, C_2, L_2 prúdom, ktorý má harmonický priebeh a nulovú začiatočnú hodnotu

$$I_2(t) = I_{\mathrm{2m}} \sin\omega_2 (t - t_1), \text{ kde } \omega_2 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{(L_1 + L_2) C_1 C_2}} \qquad (6)$$

je uhlová frekvencia vlastných kmitov obvodu dvoch induktorov s indukčnosťou $L = L_1 + L_2$ a dvoch kapacitorov s kapacitou $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ zapojených do série.

Maximum U_{2m} dosiahne napätie U_2, ak prúd I_2 v obvode klesne na nulu, tzn. v čase

$$t_2 = t_1 + \frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{2}\sqrt{L_1 C_1} + \pi\sqrt{\frac{(L_1 + L_2)C_1 C_2}{C_1 + C_2}}\,. \qquad (7)$$

Zo zákona zachovania energie máme

$$E_{L1} = \frac{1}{2}C_1 U_{1m}^2 = \frac{1}{2}C_1 U_{12}^2 + \frac{1}{2}C_2 U_{2m}^2\,, \qquad (8)$$

kde U_{12} je napätie na kapacitore C_1 v tomto okamihu.

Náboj Q prenesený z kapacitora C_1 na kapacitor C_2 vyjadríme

$$Q = C_1 (U_{1m} - U_{12}) = C_2\, U_{2m}\,. \qquad (9)$$

Z (9) a (10) dostávame maximálnu hodnotu napätia na kapacitore C_2

$$U_{2m} = \frac{2 C_1 U_{1m}}{C_1 + C_2} = \frac{2 L_1}{(C_1 + C_2) R^2} U_0\,. \qquad (10)$$

Pre dané hodnoty: $U_{2m} \approx 160$ V, $t_2 \approx 314$ μs.

d) Prúd kapacitora C_2, a teda aj induktora L_2 dodá na kapacitor náboj $Q = C_2\, U_{2m}$.

Náboj je integrál prúdu

$$Q = \int_0^{T_2/2} i_2\,\mathrm{d}t = \int_0^{T_2/2} I_{2m}\sin\omega_2 t\,\mathrm{d}t = -I_{2m}\frac{1}{\omega_2}\cos\omega_2 t\Big|_0^{T_2/2} = \frac{2}{\omega_2} I_{2m}\,.$$

Maximálna hodnota prúdu

$$I_{2m} = \frac{\omega_2 C_2}{2} U_{2m} = \frac{L_1}{C_1 R^2}\sqrt{\frac{C_1 C_2}{(L_1 + L_2)(C_1 + C_2)}}\, U_0\,.$$

Prúd I_2 dosiahne maximum I_{2m} v čase

$$t_3 = t_1 + \frac{T_2}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{L_1 C_1} + \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{(L_1 + L_2)C_1 C_2}{C_1 + C_2}}\,.$$

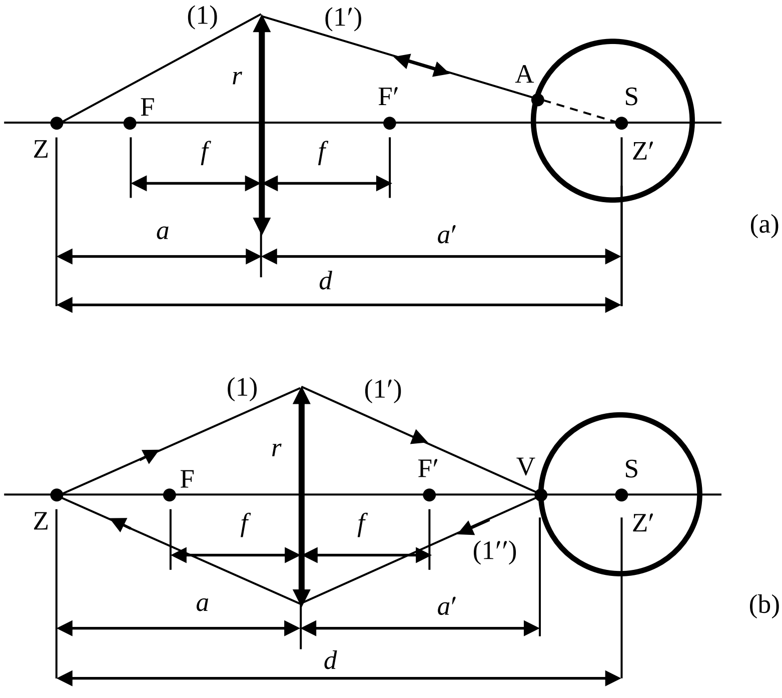
Pre dané hodnoty $I_{2m} \approx 0{,}117$ A, $t_3 \approx 207$ μs.

3. Optická sústava

a) Aby nedochádzalo k rozptylu svetla na guli v dôsledku odrazu, musí svetlo dopadať na povrch gule kolmo. V tom prípade odrazené lúče „kopírujú“ dopadajúce lúče a zväzok odrazených lúčov sa prekrýva so zväzkom lúčov dopadajúcich. Inak povedané, lúče musia dopadať na povrch gule kolmo, teda smerujú do jej stredu, ktorý tak predstavuje obraz Z′ zdroja Z vytvoreného šošovkou. Odrazené lúče sa tak vracajú do bodu Z zdroja, obr. RA−1(a). 1 b

Vzhľadom na symetriu sústavy vzhľadom na optickú os existuje druhá možnosť reprodukcie zväzku svetla dopadajúceho na guľu, ak je odrazná plocha kolmá na optickú os. To je splnené pri odraze od vrcholu V gule. V takom prípade je zväzok odrazených lúčov iba prevrátený podľa optickej osi voči zväzku lúčov dopadajúcich. Odrazené lúče sa tak vracajú bez rozptylu k šošovke a zdroju Z, obr. RA–1(b).

Obrázky RA−1 (a) a (b)



Obr. RA–1

b) Obraz Z′ zdroja vytvorený šošovkou je vo vzdialenosti a' od šošovky, pre ktorú platí

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{1}{f}, \text{ resp. } a'=\frac{a\,f}{a-f} \,. \tag{1}$$

- V prvom prípade je Z′ ≡ S. Krajný lúč (1′), ktorý prejde šošovkou, dopadá kolmo na povrch gule v bode A a odrazí sa späť. Po prechode šošovkou sa láme do bodu Z. Svetlo zdroja dopadajúce na šošovku sa tak vracia späť do zdroja. Ak dosadíme $a' = d - a$ do (1) dostávame

  $$a\,f=(d-a)(a-f), \text{ odkiaľ } a^2-d\,a+d\,f=0 \,.$$

  Riešenie kvadratickej rovnice je $a=\frac{d}{2}\left(1\pm\sqrt{1-4\frac{f}{d}}\right)$.

  Existujú dve podmienky riešenia:

  prvá podmienka $f \le d/4$, druhá podmienka $a' > R$, odkiaľ $R<\frac{d}{2}\left(1\mp\sqrt{1-4\frac{f}{d}}\right)$.

  Pre dané hodnoty veličín je prvá podmienka splnená, druhá podmienka je splnená pre obidve znamienka.
  Existujú preto dve možné polohy šošovky, ktoré spĺňajú dané podmienky. Pre dané hodnoty $a_1 \approx 25{,}3$ cm, $a_2 \approx 9{,}67$ cm.

- V druhom prípade Z′ ≡ V. Platí $a' = d - a - R$. Po dosadení do (1) máme

  $$\frac{a\,f}{a-f} = d - a - R\,,$$

  odkiaľ máme kvadratickú rovnicu $a^2 - a\left(d-R\right) + f\left(d-R\right) = 0$.

  Jej riešenie je $a = \dfrac{d-R}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{4f}{d-R}}\right)$.

  Podmienky riešenia:

  prvá podmienka $f \le \dfrac{d-R}{4}$,

  druhá podmienka $a' > 0$, podľa (1) $a > f$, odkiaľ $\dfrac{d-R}{2f}\left(1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{4f}{d-R}}\right) > 1$.

  Pre dané hodnoty je prvá podmienka splnená. Druhá podmienka je splnená pre obidve znamienka.

  Existujú dve ďalšie možné polohy šošovky $a_3 \approx 18{,}9$ cm, $a_4 \approx 11{,}1$ cm.

c) Vo všetkých štyroch prípadoch polohy šošovky a_1 až a_4 sa lúče dopadajúce na povrch gule vracajú do bodu Z zdroja, tzn. obraz zdroja Z″ je totožný so zdrojom Z.

Vzdialenosti x obrazu Z″ od šošovky sú $x_i = a_i$ pre $i = 1, 2, 3, 4$.

4. Klasické modely atómu

Riešenie:

a) Na dôkaz použijeme Gaussovu vetu elektrostatiky pre bodovo symetrické rozloženie náboja Q s hustotou $\rho = \dfrac{Q}{V} = \dfrac{3Q}{4\pi R^3}$ v guli s polomerom R. Ako integračnú plochu použijeme guľovú plochu s polomerom r so stredom v bode symetrie.

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{dS} = E\,S = E\,4\pi r^2 = \frac{Q_S}{\varepsilon_0}\,. \qquad (1)$$

Ak je $r < R$, je vo vnútri plochy S náboj $Q_S = \rho V_S = \dfrac{3Q}{4\pi R^3}\dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{Q}{R^3}r^3$.

Po dosadení do (1) máme $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r$ pre $0 \le r \le R$. (2)

Ak je $r \ge R$, je vo vnútri integračnej plochy celý náboj Q a podľa (1)

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \text{pre } r \ge R. \qquad (3)$$

Ak sa nepoužije Gaussova veta, je možné určiť funkciu $E = \mathrm{f}(r)$ pomocou informácie, že ide o lineárnu funkciu, a známy vzťah (3) pre elektrickú intenzitu na povrchu gule s nábojom Q

$E(r) = k\,r$, pričom $E(R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = k\,R$. Odtiaľ $k = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$.

b) Na elektrón pôsobí elektrické pole silou $F = -e\,E$. Potenciálna energia $E_{\mathrm{p}} = -\int \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{dr} + K$, pričom konštanta K závisí od voľby hodnoty potenciálnej energie v konkrétnom bode.

Pre $r \geq R$ je $\quad E_{\mathrm{p1}} = \int \dfrac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\mathrm{d}r + K_1 = -\dfrac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_1$.

Ak položíme $E_{\mathrm{p}} = 0$ pre $r \to \infty$, je $K_1 = 0$, a teda $E_{\mathrm{p1}} = -\dfrac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r}$. (4)

Pre $r \leq R$ máme $\quad E_{\mathrm{p2}} = \int \dfrac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\,r\,dr + K_2 = \dfrac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\dfrac{r^2}{2} + K_2$.

Konštantu K_2 dostávame z podmienky spojitosti funkcie E_{p} na povrchu gule $E_{\mathrm{p1}}(R) = E_{\mathrm{p2}}(R)$

$$-\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\frac{R^2}{2} + K_2\text{, odkiaľ } K_2 = -\frac{3}{2}\frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

a teda $E_{\mathrm{p2}} = -\dfrac{eQ}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(3 - \dfrac{r^2}{R^2}\right)$. (5)

c) Na elektrón na kružnicovej trajektórii pôsobí dostredivá elektrická sila $\boldsymbol{F} = -\,e\,\boldsymbol{E}$. Pri pohybe po kružnici okolo stredu symetrie je sila $\boldsymbol{F}$ kolmá na smer okamžitej rýchlosti a nekoná prácu, tzn. kinetická energia sa nemení a pohyb je rovnomerný. Zrýchlenie má iba dostredivú zložku. Pohybová rovnica elektrónu má tvar

$$m a = -\,m\frac{v^2}{r} = F\,. \tag{6}$$

Pre Thomsonov model máme

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\,r \text{ a odtiaľ } L_{\mathrm{T}} = r m v = \sqrt{\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}\,r^2\,. \tag{7}$$

Celková energia na trajektórii s polomerom r

$$E_{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}mv^2 + E_{\mathrm{p2}} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r^2 - \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Po dosadení za r zo (7) $\quad E_{\mathrm{T}} = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\dfrac{3}{2} - \sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{me^2 R}}\,L_{\mathrm{T}}\right)$. (8)

d) Pre Rutherfordov model dostaneme rovnakým postupom

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \text{ a odtiaľ } L_{\mathrm{R}} = r m v = \sqrt{\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0}r} \tag{9}$$

Celková energia $\quad E_{\mathrm{R}} = \dfrac{1}{2}mv^2 + E_{\mathrm{p1}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$.

Po dosadení za r z (9) $\quad E_{\mathrm{R}} = -\dfrac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2}\dfrac{1}{L_{\mathrm{R}}^2}$. (10)

e) Po dosadení $L = n\,L_0$ za moment hybnosti elektrónu do (8) a (10)

$$E_\mathrm{T} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0}{m e^2 R}}\,L_0\,n\right) = -a_1 + a_2\,L_0\,n\,, \tag{11}$$

$$E_\mathrm{R} = -\frac{m e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{L_0^2 n^2} = -b\,\frac{1}{L_0^2 n^2}\,. \tag{12}$$

Najnižšia energia je v stave $n = 1$, ktorý predstavuje „základný stav“ atómu. So zväčšovaním hodnoty n sa energia zväčšuje. Zmena energie elektrónu zodpovedá energii fotónu, ktorý atóm excitoval pri prechode zo stavu s nižšou energiou do stavu s vyššou energiou (absorpčná čiara spektra), alebo ktorý vznikol pri relaxácii atómu z vyššej energetickej hladiny na nižšiu (emisná čiara spektra). Energia fotónu $E_\mathrm{f} = \left|E_{n1} - E_{n2}\right| = h\,f = \dfrac{hc}{\lambda}$. Vlnová dĺžka fotónu $\lambda = \dfrac{hc}{\left|E_{n1} - E_{n2}\right|}$.

Pre T–model $\lambda_{\mathrm{T}\,n1,n2} = \dfrac{hc\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m R^3}}{e L_0}\dfrac{1}{\left|n_1 - n_2\right|}$,

a požadovaný pomer $p_\mathrm{T} = \dfrac{1}{2}$ = 0,50,

pre R–model $$\lambda_{\mathrm{R}\,n1,n2} = \frac{32\pi^2 hc\varepsilon_0^2 L_0^2}{m e^4}\frac{1}{\left|\dfrac{1}{n_2^2} - \dfrac{1}{n_1^2}\right|}\,, \tag{13}$$

a požadovaný pomer $p_\mathrm{R} = \dfrac{27}{32} \approx 0{,}84$.

f) Pomer zmeraných vlnových dĺžok $p = \lambda_{31}/\lambda_{21} \approx 0{,}84$.

Tento pomer zodpovedá R–modelu s Bohrovou podmienkou.

Zo vzťahu (13) vyjadríme

$$L_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{3m}{8hc}\lambda_{\mathrm{R}12}}\,,$$ pre dané hodnoty $L_0 \approx 1{,}05\times10^{-34}$ J·s.

Pozn.: Výsledok zodpovedá hodnote Diracovej konštanty $\hbar = 1{,}055\times10^{-34}$ J·s.

60. ročník Fyzikálnej olympiády – *Teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A*

Autor návrhov úloh: Ivo Čáp 1–3, Ľubomír Konrád 4
Recenzia a úprava úloh a riešení: Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Redakcia: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019