59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
Kategória F – okresné kolo
Riešenie úloh

1. Šprint na lyžiach

Riešenie:

a) Priemerné rýchlosti vypočítame ako podiely vzdialeností Δs medzi kontrolnými stanovišťami a rozdielov časov Δt, ktoré zaznamenali elektronické stopky pri prechode pretekárky kontrolnými stanovišťami $v_i = \frac{\Delta s_i}{\Delta t_i}$. Dosadením príslušných hodnôt dráh a časov dostaneme výsledky:

v_1 (S,A) ≈ 5,56 m/s, 1b
v_2 (A,B) ≈ 8,82 m/s, 1b
v_3 (B,C) ≈ 2,08 m/s, 1b
v_4 (C,D) ≈ 9,40 m/s. 1b

b) Najpomalšie bežala pretekárka v 3. úseku bežeckej trate, v_3 (B,C) ≈ 2,08 m/s. 1b

Najrýchlejšie bežala vo 4. meranom úseku trate, teda v cieľovom, rýchlosťou v_4 (C,D) ≈ 9,4 m/s. 1 b
Možno predpokladať, že v 3. úseku stúpala a vo 4. aj zjazdovala. 2b

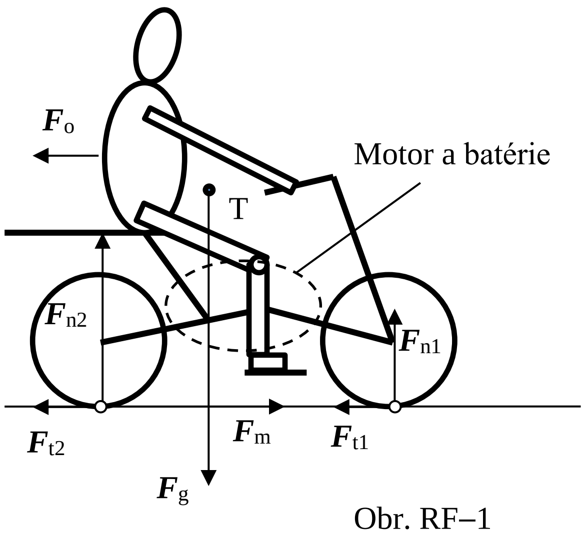
c) Priemerná rýchlosť pretekárky na celej trati bola

$v = \frac{s}{t}$. Pre dané hodnoty v ≈ 5,92 m/s. 2b

2. Testovanie elektrickej motorky (elektromotorky)

Riešenie:

a) Obr. RF−1



Obr. RF−1

Sily pôsobiace na motorku s posádkou:
$\boldsymbol{F}_g$ – gravitačná sila $F_g = m\,g$ pôsobí v ťažisku T sústavy motorka–jazdec,
$\boldsymbol{F}_m$ – motorická sila, ktorou sa prenáša sila motora na koleso (trenie medzi kolesom a vozovkou),
$\boldsymbol{F}_o$ – odporová sila vzduchu, pôsobí na celú plochu motorky s jazdcom,
$\boldsymbol{F}_{t1}$, $\boldsymbol{F}_{t2}$ – sily konštantného odporu sily (valivé trenie)

pôsobiace na kolesá.

$\boldsymbol{F}_{n1}$, $\boldsymbol{F}_{n2}$ tlakové sily vozovky (reakcia na gravitačnú silu $\boldsymbol{F}_{g}$) spôsobujú deformáciu pneumatík a spôsobujú valivé trenie.

obrázok 1 b, pôsobiace sily 5 × 0,5 b

b) Výsledná sila, ktorá pôsobí na motorku s jazdcom pri rovnomernom pohybe, je nulová. Sily trenia a odporu $F_{t1} + F_{t2} + F_{o}$ vzduchu musia byť v rovnováhe s pohybovou silou F_{m}. Ak sú sily trenia veľmi malé v porovnaní so silou odporu vzduchu, platí $F_{o} \approx F_{m}$.

Výkon ťahovej sily $P = F_{m}\, v$, kde v je rýchlosť motorky. Pri maximálnom výkone a maximálnej rýchlosti máme

$F_{o} = F_{m} = \dfrac{P_{m}}{v_{m}}$. Pre dané hodnoty $F_{o} \approx 160$ N. 1,5 b

c) Jazdec na motorke prešiel testovaciu dráhu za čas

$t = \dfrac{d}{v_{m}}$. Pre dané hodnoty $t = 1$ h 20 min. (= 4 800 s). 1 b

Pri priemernom prúde I_{v} prejde z batérie za čas t elektrickým motorom náboj $Q = I_{v}\, t$.

Priemerný prúd je potom $I_{v} = \dfrac{Q}{t}$. Pre dané hodnoty $I_{v} \approx 23{,}6$ A. 1 b

Práca zdroja batérie $W_{b} = Q\, U$ a práca motorickej sily $W_{m} = P\, t$. Pri účinnosti 100 % je $W_{b} = W_{m}$.

Odtiaľ máme $P = \dfrac{QU}{t}$. $P \approx 1{,}13$ kW. 1 b

Výkon je menší ako nominálny. Ak ide jazdec sám, je menšia odporová sila, a teda je menší aj potrebný výkon, ako pri obsadení elektromotorky dvomi jazdcami, kedy bol výkon P_{m}.

d) Z grafu nabíjacieho prúdu máme začiatočnú hodnotu prúdu $I_{1} = 6{,}9$ A a konečnú hodnotu v čase $t = 4$ h $I_{2} = 3{,}9$ A. Priemerná hodnota prúdu $I_{p} = (I_{1} + I_{2})/2$. Náboj za čas $t_{1} = 4$ h

$Q_{1} = I_{p}\, t$. Pre dané hodnoty $Q_{1} \approx 21{,}6$ Ah. 2 b

3. Čierna skrinka

Riešenie:

a) Ako je možné, že prilejeme vodu do valca a hladina klesne? Ak je v čiernej skrinke nádoba s vodou, prelieva sa voda hadičkou z jednej nádoby do druhej tak, aby sa hladiny vyrovnali. Po naliatí vody do valca začne voda tiecť do BB. Potom ale začne voda vo valci klesať pod pôvodnú úroveň. To je možné iba ak hladina vody v BB náhle poklesne napriek tomu, že tam voda priteká. To sa dá dosiahnuť tak, že v BB je nádoba postavená na miske váh a vyvážená závažím s hmotnosťou m, (obr. RF−2). Keď pritečie voda z valca, miska s nádobou sa preváži a klesne, čím klesne hladina vody v nádobe a hadičkou bude prúdiť voda z valca až kým sa hladiny nevyrovnajú. Výsledná úroveň hladiny vody vo valci bude nižšia ako začiatočná úroveň h_{1} pred priliatím vody do valca. Voda, ktorú sme priliali do valca a voda, ktorá zodpovedá poklesu hladiny pod začiatočnú úroveň pribudne v nádobe v BB. Zostava valec a BB sa fyzikálne správajú ako spojené nádoby, jedna nádoba (valec) je pevná a druhá (na miske laboratórnych váh v BB) sa posúva vo zvislom smere.

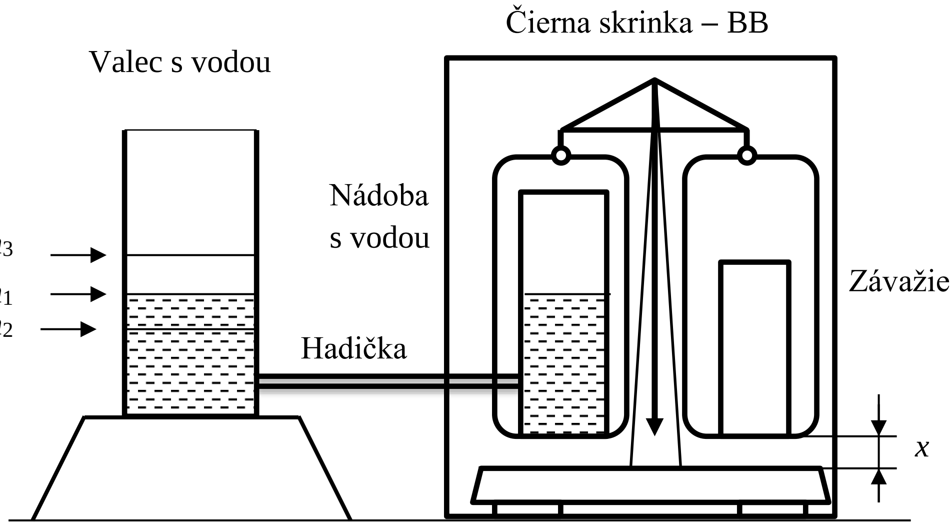
rozumné vysvetlenie javu (1) 3 b

b) Na začiatku je nádoba vyvážená závažím m a hladina vo valci je h_1. Potom vysajeme z valca určité množstvo vody. Voda začne tiecť hadičkou z BB do valca, klesne hmotnosť nádoby s vodou v BB, závažie m nádobu s vodou preváži a nádoba na miske váh vystúpi nahor. To podporí tok vody do valca, až kým sa hladiny v nádobe a vo valci nevyrovnajú. Ak z nádoby v BB odtečie vody s väčším objemom ako je objem vody na začiatku odčerpanej z valca, stúpne hladina vo valci na úroveň $h_3 > h_1$.

rozumné vysvetlenie javu (2) 3 b

c) Obr. RF−2. V BB sa nachádzajú dvojramenné váhy, na jednej miske je nádoba s vodou spojená hadičkou s valcom a na druhej závažie. V stave rovnováhy je miska vo výške x nad podložkou, a teda výška nádoby sa môže meniť v rozsahu $(-x, +x)$. Základnou podmienkou funkcie BB je dostatočná citlivosť váh, aby objem vody, ktorá pritiekla z valca v časti a), spôsobil po ustálení celkový pokles úrovne hladiny v nádobe v BB pod úroveň h_1 hladiny vo valci. Ak by bol tento pokles malý, pri malej citlivosti váh, úroveň hladiny vo valci by sa z hodnoty h_1 viac alebo menej zvýšila (neklesla by). 1 b

Existuje aj iné riešenie obsahu BB, napr. nádoba uchytená na pružine.



Obr. RF−2

obrázok 3 b

Pozn.: Žiacke riešenie a slovné vysvetlenie môžu byť rozličné, jednoduchšie i zložitejšie. Body je potrebné prideliť, ak riešenie a obsah čiernej skrinky obsahujú fyzikálnu podstatu deja.

4. Telgártska slučka

Riešenie:

a) Dĺžka trate medzi bodmi A, B

$$d = 4a + \frac{3}{4}2\pi R = \left(4 + \frac{3\pi}{2}\right)R$$. Pre dané hodnoty $d \approx 8{,}71$ km. 1 b

b) Ak prejdú vlaky bodom K dvakrát súčasne, pohybujú sa rovnakou rýchlosťou

$$v_1 = v_2 = v = \frac{d_1}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\left(2a + \frac{3}{4}2\pi R\right) = \frac{1}{\Delta t}\left(2 + \frac{3}{2}\pi\right)R$$. Pre dané hodnoty $v \approx 89$ km/h.

2 b

c) Ak prejdú bodom K súčasne iba raz, je ich rýchlosť rôzna.

Takáto situácia nastala, ak rušeň R1 prešiel z bodu A do bodu K a rušeň R2 za ten čas prešiel z bodu B do K a ešte celú slučku. Potom platí

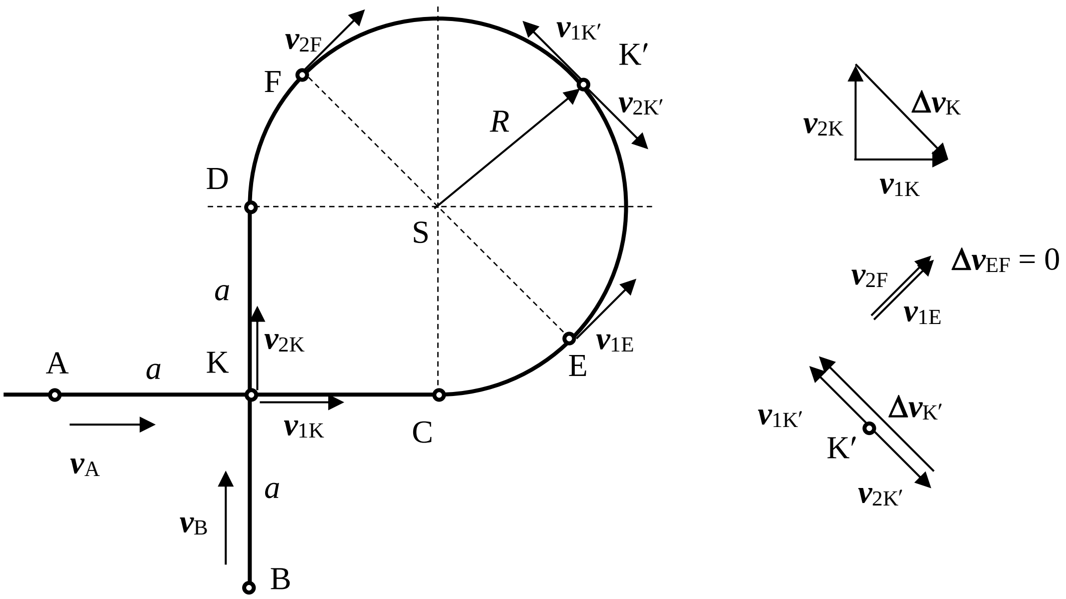
$$t = \frac{a}{v_B} = \frac{3a + (3/4)\,2\pi R}{v_A},$$ odkiaľ máme $$\frac{v_A}{v_B} = 3 + \frac{3\pi}{2} \approx 7{,}71.$$ 2 b

Pre $v_A = 80$ km/h je $v_B = 10{,}4$ km/h, tzn. kým R2 dôjde do bodu K, R1 absolvuje celú slučku.

Teoreticky môže nastať aj druhá možnosť, kým R1 dôjde do bodu K, prejde R2 celú slučku. Potom by platilo $v_B = v_A \times 7{,}71 \approx 616$ km/h, čo nespĺňa uvedené obmedzenie.

1 b

d) Na začiatku v okamihu stretnutia v bode K je najmenšia vzájomná vzdialenosť $x_1 = 0$, obr. RF–3. Najväčšia vzájomná vzdialenosť $x_2 = 2\,R$ oboch rušňov je po prejdení trasy do protiľahlých bodov E a F slučky a postupne klesá na vzdialenosť $x_1 = 0$ v bode K′ (bod K′ je v polovici oblúka CD) na priamke KS v protiľahlom bode oblúka, potom sa opäť vzdialenosť zväčšuje na hodnotu x_2 a nakoniec klesne na hodnotu $x_1 = 0$ po návrate do bodu K. 1 b



Obr. RF–3

Vzdialenosť rušňov x_1 je v dvoch polohách – v bode K a v bode K′.
V bode K′ sa pohybujú vlaky v opačnom smere, a relatívna rýchlosť
$\Delta v_{K'} = 2\,v \approx 178$ km/h. 1 b
V bode K je smer vektorov rýchlosti kolmý, obr. RF–3.
Vektor rozdielu rýchlostí má veľkosť $\Delta v_1 = v\sqrt{2} \approx 126$ km/h. 1 b
Najväčšia vzdialenosť $x_2 = 2R$ nastáva dvakrát, pričom rušne sa pohybujú v oboch prípadoch rovnakou rýchlosťou v rovnakom smere, preto $\Delta v_2 = 0$. 1 b

59. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy okresného kola kategórie F*

Autori návrhov úloh:	Daniel Kluvanec 1, 2, Boris Lacsný 3, Aba Teleki 4
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Kluvanec
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018