59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
Kategória B – domáce kolo – maďarský preklad
Text úloh

1. Lövés a tarackból

(*A tarack az ágyúhoz hasonló, de annál rövidebb csövű löveg.*)
A középkori csaták jellegét jelentősen befolyásolta a lőfegyverek használata. Itt gondolunk a kézifegyverekre, de a lövegekre is. A tarack legelőször a 15. századbeli huszitáknál fordult elő Jiskra alatt (B–1 ábra), és lövedékként több tíz centiméter átmérőjű kő- vagy vasgolyókat használtak. A vízszintesen mért lőtávolság elérte az 500 métert is.

B–1 ábra

a) Képzeljünk el egy tarackot, amelynek a vízszintes irányban mért maximális lőtávolsága $x_{\mathrm{m}} = 450\ \mathrm{m}$! Határozzák meg a golyó v_0 torkolatsebességét!

A védők egy $h = 150\ \mathrm{m}$ magas, a vízszintes környezetből kiemelkedő dombra menekültek, elsáncolva magukat a támadó sereg és a tarackok elől. A védők lövik a támadókat, ezért a támadók a tarackokat a lehető legtávolabb helyezik el a dombtól.

b) Készítsenek helyzetes rajzot, amelyen feltüntetik a védők és a támadók állásait! A rajzba jelöljék be a feladatban megadott, valamint számított mennyiségeket is!

c) Határozzák meg a legnagyobb vízszintes x_1 távolságot, amelyből a tarackból kilőtt löveg a domb tetejébe csapódik!

d) Mekkora, a vízszintes síktól mért α_1 szög alatt kell elsütni a tarackot, hogy a lövedék x_1 távolságból a domb tetejébe csapódjon? Határozzák meg, ebben az esetben, a löveg röptének idejét (t_1), amelyet a lövés pillanatától a becsapódás pillanatáig számítunk!

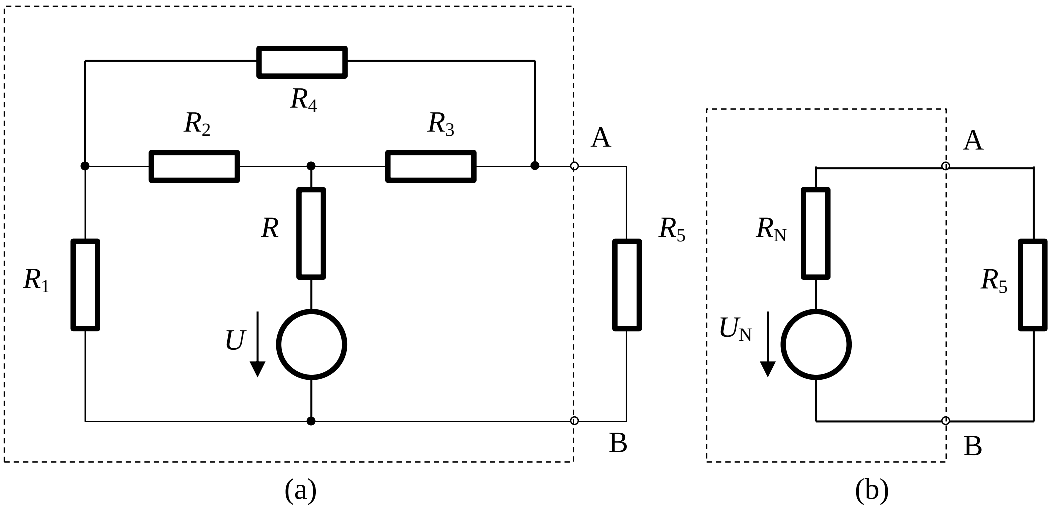
e) Határozzák meg a lövedék sebességének $\boldsymbol{v}_1$ vektorját a becsapódást megelőző pillanatban, amennyiben teljesülnek a b) és c) részfeladatokban megszabott feltételek – más szóval, határozzák meg a v_1 becsapódási sebesség nagyságát, valamint a vízszintes síkhoz viszonyított β_1 becsapódási szöget!

Tételezzék fel, hogy a légellenállás elhanyagolhatóan kicsi, valamint a tarack méretei is elhanyagolhatóan kicsik, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$! A tarackot elhagyó löveg torkolati sebessége minden esteben az a) részfeladatban meghatározott v_0 sebességgel egyenlő!

2. A Thévenin-tétel

Az elektromos áramkörök számításakor különböző helyettesítési módszereket alkalmaznak. Az egyik a Thévenin-tétel. A Thévenin-tétel szerint, bármely lineáris elektromos áramkör, tetszőleges két csatlakozási pontját kiválasztva, az áramkör úgy viselkedik, mint egy egyszerű R_N belsőellenállású és U_N feszültségű áramforrással, tehát helyettesíthető vele.

A B–2 ábrán látható áramkörben egy R belső ellenállású és U feszültségű áramforrás csatlakozik az R_1, R_2, R_3, R_4 és R_5 rezisztorokból álló rendszerhez. Határozzuk meg az R_5 rezisztorban folyó I elektromos áramot! Az áramkört két részre osztjuk, az R_5 rezisztorra és a maradék áramkörre (az ábrán szaggatott vonallal kereteztük be). A szaggatott vonallal keretezett áramkört egy R_N belsőellenállású és U_N feszültségű áramforrással helyettesítjük (B–2b ábra).



B–2 ábra

A helyettesítésnek az A és B csatlakozási pontokban, úgy kell az R_5 rezisztor szempontjából, viselkednie, mint a bekeretezett áramkörnek (legyen R_5 értéke bármilyen). Mivel a helyettesítési áramkör két paraméterét kell meghatároznunk ($U_\mathrm{N}, R_\mathrm{N}$), elégséges, ha az R_5 rezisztor két eltérő értékére vizsgáljuk a helyettesítést (a lineáris terhelési karakterisztika két pontjáról van szó). A két legegyszerűbb eset, ha $R_5 = 0$ (rövidre zárás) és ha $R_5 \to \infty$ (megszakított áramkör). Az ismert helyettesítési áramkörből már könnyen meghatározható az R_5 rezisztorban folyó áram nagysága a feladatban megadott értékre is.

a) Rajzolják le a B–2a áramkört, ha az A és B csatlakozási pontokat rövidre zárjuk! Határozzák meg az A, B pontokat tartalmazó ágban folyó I_K elektromos áramot!

b) Rajzolják le a B–2a elektromos áramkört, ha azt megszakítjuk az A és B csatlakozási pontokban. Határozzák meg az A és B pontok közti U_P feszültséget ebben az esetben!

c) Határozzák meg a helyettesítési áramforrás U_N feszültségét és R_N belső ellenállását, valamint az R_5 rezisztoron keresztülfolyó I elektromos áramot (B–2a ábra)!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $U = 12\,\mathrm{V}$, $R = 10\,\Omega$, $R_1 = 20\,\Omega, R_2 = 25\,\Omega, R_3 = 50\,\Omega, R_4 = 100\,\Omega, R_5 = 200\,\Omega$!

3. Mágneses dipólus mágneses erőtérben

Az atomok és elemi részecskék kis mágneses dipólusokként is megjelenhetnek. A mágneses dipólust az $\boldsymbol{m}$ *mágneses dipólus momentum* vektormennyiséggel jellemezzük. A $\boldsymbol{B}$ mágneses indukciójú mágneses mező

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B} \quad (1)$$

forgató nyomatékkal hat a mágneses dipólusra. Ennek következtében, az anyag mágneses dipólussal rendelkező atomjai a mágneses mező irányába állnak be, amely kívülről az anyag mágnesezettségeként figyelhető meg. Az atom mágneses momentuma az atom részecskéinek spinjével, illetve az elektronok atomban történő pályamozgásaival függ össze.

a) Számítsák ki az $\boldsymbol{M}$ erőnyomatékra megadott (1) képletből egy kör alakú vezetőben folyó áram (áramhurok) mágneses momentumát, ha a kör sugara r és a vezetőben folyó áram erőssége I!

b) Az a) pontban leírt vezetőt I nagyságú áram járja át. Ha a vezető $\boldsymbol{B}$ indukciójú mágneses térben van, a mágneses tér elfordítja akörül a tengely körül, amely merőleges a mágneses tér $\boldsymbol{B}$ indukciójára, és ugyanakkor a vezető síkjában fekszik. Ekkor a mágneses tér W munkát végez, és megváltozik a vezető E_p potenciális energiája ($W = -\Delta E_\mathrm{p}$). Határozzák meg, hogy a vezető melyik helyzetében maximális az E_p potenciális energiája, és melyik helyzetében minimális! Határozzák meg, mekkora a potenciális energia ΔE_p különbsége a maximális és minimális pontenciális energiának megfelelő állapotok között!

Egyszerű modellként vegyük Bohr hidrogénatom modelljét! E szerint a modell szerint az atom elektronja körpályán kering az atom protonja körül, és az elektron L pályaperdülete kvantált, tehát csak az $L = n\hbar$ értékeket veheti fel, ahol $n = 1,2,3, \dots$ az ún. *főkvantumszám* ($\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}$ J · s a redukált Planck-állandó).

c) Határozzák meg az elektron pályamozgásából eredő mágneses momentumot (*Bohr-magneton*), amikor az atom magja körül alapállapotban kering ($n = 1$)!

Megjegyzés: az elektron körpályán való keringésére úgy tekinthetünk, mint egy r sugarú vezetőben folyó e/T nagyságú áramra, ahol e az elektron elektromos töltése, T pedig az elektron keringési ideje a mag körül.

d) Ha a hidrogénatomra mágneses tér hat, az elektronja $n = 1$ állapotban alapállapotban van, ha a mágneses dipólus potenciális energiája minimális; ha a mágneses dipólus potenciális energiája maximális, gerjesztett (*excitált*) állapotról beszélünk. Határozzák meg az $n = 1$ állapotú hidrogénatom gerjesztett és alapállapota közti ΔE_p energiakülönbséget, ha a hidrogénatom $B = 2{,}0$ T indukciójú mágneses térben van! Határozzák meg a $\Delta E_\mathrm{p}/E_T$ arányt $T = 300$ K hőmérsékletnél, ahol $E_T = k_\mathrm{B}T$ a mágneses dipólus hőenergiájának átlagértéke a T termodinamikai hőmérsékleten! Itt $k_\mathrm{B} = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J · K^{-1} a Boltzmann-állandó.

A szükséges állandókat keressék ki táblázatokban vagy az interneten!

4. A tekercs veszteségi teljesítményének mérése – *kísérleti feladat*

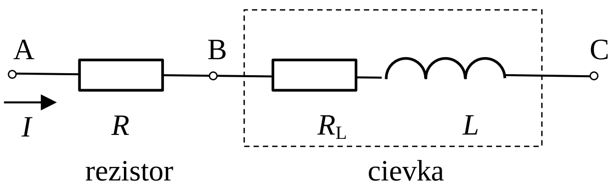
Az induktor az elektromos áramkör olyan ideális elektromos alkatrésze, amelyet légmagos, vasmagos, stb. tekercsekkel realizálunk. A tekercs azonban nem ideális induktor, mert váltakozó feszültségű áramforráshoz csatlakoztatva teljesítmény veszteséget mutat.

a) Sorolják fel, milyen típusú veszteségek keletkeznek a tekercsben, ha váltakozó feszültségű áramforráshoz csatlakoztatjuk, és hogyan függenek az egyes veszteségfajták az áramforrás frekvenciájától!

A feladat, meghatározni egy ferromágneses magú tekercs veszteségi teljesítményét, ha a tekercsben folyó I váltakozó áram effektív értéke közlítőleg 10 mA.

A kísérletben csak a következő segédeszközök állnak a rendelkezésükre: egy $f = 1$ kHz frekvenciájú áramforrás, tekercs, különböző R elektromos ellenállású rezisztorok készlete és digitális multiméter.

A tekercset úgy képzeljük el, mint egy L indukciójú induktort, amely sorosan kapcsolódik egy R_L elektromos ellenállású rezisztorral! Határozzák meg az impedancia reális és imaginárius összetevőjének arányát az R elektromos ellenállású rezisztorral való összehasonlításból! Az R rezisztort a tekercshez a B–3 ábrán látható kapcsolási rajz alapján csatlakoztassák!



B–3 ábra

A kísérlethez vasmagos vagy ferritmagos, lehetőleg egytized ill. egységnyi henri indukciójú tekercset, valamint állítható U feszültségű kis f frekvenciájú generátort használjanak! Csatlakoztassák az áramforrást az A és C csatlakozási pontokhoz! A multiméter mérési tartományát megfelelően megválasztva, olyan R elektromos ellenállású rezisztort használjanak, hogy a rezisztoron és a tekercsen mért feszültség nagyjából azonos legyen!

b) Kapcsolják a multimétert elektromos ellenállás (Ω) üzemmódba, és mérjék meg a lehető legpontosabbban a rezisztor R elektromos ellenállását! Mérjék meg a tekercs R_{L0} elektromos ellenállását is (a multiméter egyenáram segítségével mér, tehát a tekercs ohmikus ellenállását fogják mérni)!

c) Állítsák be, a rezisztoron mért feszültség segítségével, a váltakozó elektromos áram megkövetelt értékét (I=10 mA)! (Más érték is választható a használt műszerektől függően.)

d) Mérjék meg a megfelelő csatlakozási pontok közti U_{AB}, U_{BC} és U_{AC} effektív feszültségeket (a multiméter váltakozó feszültségű tartományaiban a feszültség effektív értékeit mérjük).

e) Szerkesszék meg, a mért feszültségek segítségével, az áramkör fázordiagramját!

f) Vezessék le a tekercs R_L ellenállását a rezisztor R elektromos ellenállása és a mért feszültségek függvényeként, majd számítsák ki a tekercs R_L ellenállását! Hasonlítsák össze a kapott R_L értéket a mért R_{L0} értékkel, és az esetleges eltérést magyarázzák meg!

g) Adják meg a tekercs P hatásos teljesítményét, mint az R elektromos ellenállás és a mért feszültségek függvényét, majd számítsák ki P értékét az adott mérésre! Magyarázzák meg, hogy jelenik meg ez a teljesítmény!

A mérést ismételjék meg más I áramerősség és más f frekvenciák értékeire is — az eredményeket hasonlítsák össze!

Rg = 50 mm, Rv = 70 mm, Ro = 15 mm, ρv = 1,0×103 kg□m□3, ρo = 11,3×103 kg□m□3, h = 30 mm.

5. Elektromos áramkrör

Az L indukciójú tekercs párhozamosan csatlakozik az R ellenállású rezisztorral. Ez a párhuzamos kombináció egy U_v effektív feszültségű és R_v belső ellenállású harmonikus feszültséget adó áramforráshoz csatlakozik.

a) Készítsék el az áramkör sematikus kapcsolási rajzát, jelöljék be rajta az áramforrás $\boldsymbol{I}_\mathrm{z}$, a tekercs $\boldsymbol{I}_L$ és a rezisztor $\boldsymbol{I}_R$ áramát, valamint az áramforrás pólusain levő $\boldsymbol{U}_\mathrm{z}$ feszültséget!

b) Fejezzék ki az áramforrás $\boldsymbol{I}_\mathrm{z}$, a tekercs $\boldsymbol{I}_L$ és a rezisztor $\boldsymbol{I}_R$ áramának, valamint az áramforrás pólusain levő $\boldsymbol{U}_\mathrm{z}$ feszültségének fázorait, mint a feszültség ω körfrekvenciájának függvényét!

A következő részekben dolgozzanak az L = 0,20 H, R = 100 Ω, R_v = 20 Ω, U_v = 12 V értékekkel!

c) Határozzák meg az áramforrás által a tekercs és rezisztor rendszerének leadott P valós teljesítményt, mint a feszültség f frekvenciájának függvényét, és szerkesszék meg a függvény a grafikonját! A frekvencia tengelyére a frekvencia $x = \log f$ logaritmusának értékeit vigyék fel a $0 \leq x \leq 3$ tartományban!

d) Határozzák meg a P valós teljesítmény P_m maximális értékét és a frekvencia f_d határértékét, amelynél a valós teljesítmény $P_\mathrm{d} = P_\mathrm{m}/2$, valamint az áramforrás hatékonyságát az f_d frekvencián!

e) Szerkesszék meg az áramkör fázordiagramját a frekvencia f_d értékére!

6. A Föld légköre

Egy utasszállító repülőgépen repülve a következő adatokat olvastuk le a képernyőről: a repülési magasság (tengerszint feletti magasságban kifejezve) $h_1 = 10\,300$ m, a kinti levegő hőmérséklete $t_1 = -45$ °C, a repülő sebessége $v_1 = 890\ \mathrm{km\ h^{-1}}$. Induláskor a repülőtéren a tengerszint feletti magasság $h_0 = 300$ m volt, a levegő hőmérséklete $t_0 = 20{,}0$ °C és a légnyomás $p_0 = 100$ kPa.

a) Határozzák meg a levegő p nyomását a troposzférában a tengerszint feletti h magasság függvényeként, ha tudjuk, hogy a levegő hőmérséklete lineárisan csökken a magassággal! Határozzák meg a levegő nyomását a h_1 repülési magasságban!

b) Fejezzék ki a levegő p nyomását a levegő T hőmérsékletének függvényeként, és hasonlítsák össze az adiabatikus folyamatok hasonló függvényével! Magyarázzák meg tömören a különbséget!

B–4 ábra

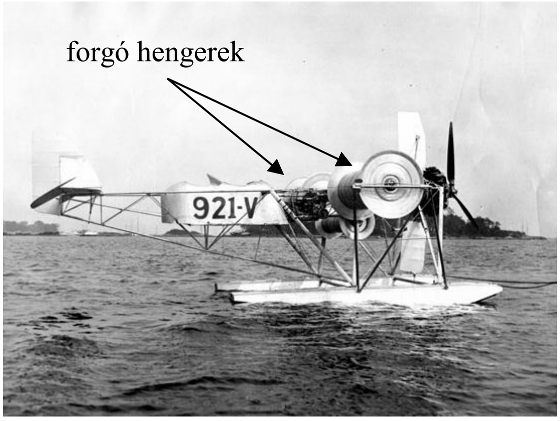
c) A repülőt a szárnyakra ható felhajtóerő tartja a repülési magasságban. Határozzák meg a v_2 felszállási sebességet, amelyet el kell érnie a repülőnek, hogy felemelkedhessen a kifutópályáról! Felszálláskor és leszálláskor használják a szárnyak kormányfelületeit (fékszárnyait), amelyek akár 3-szor nagyobb felhajtóerőt is képesek biztosítani (lásd a B–4 ábrát), így kisebb sebességgel is fel lehet, ill. le lehet szállni. Határozzák meg a repülő v_3 sebességét felszálláskor, ha használják a szárnyak kormányfelületeit. A megfelelő $v > v_2$ sebesség elérése után a kormányfelületeket behúzzák, és így maradnak egészen a leszállásig. Magyarázzák meg, miért vannak repülés közben a kormányfelületek behúzva!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, a moláris gázállandó $R = 8{,}314\ \mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$, a levegő moláris tömege $M_\mathrm{m} = 29{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg\,mol^{-1}}$. A levegőről tételezzék fel, hogy tökéletes, kétatomos molekulákból álló gáz! Tételezzék fel, hogy minden vizsgált esetben szélcsend van!

Megjegyzés: $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \frac{\mathrm{d}x}{x-a} = \ln\left(\frac{x_2-a}{x_1-a}\right),$ ha $\displaystyle\frac{x_2-a}{x_1-a} > 0.$

7. A Magnus-effektus

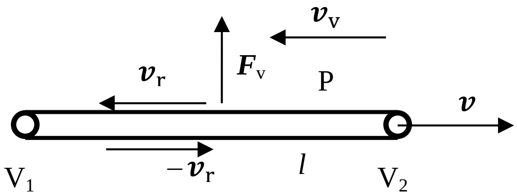
Aki figyeli a sportmérkőzéseket, ismeri a nyesett labdák furcsa mozgását (labdarúgás, tenisz, asztali tenisz). A forgó labda a forgásiránnyal ellentétes irányban tér el az egyenes pályától. Ezt a jelenséget már Isaac Newton is észrevette 1672-ben, teniszezőket megfigyelve. A jelenség átfogó leírását Heinrich Gustav Magnus német fizikus adta meg 1852-ben – róla nevezték el a jelenséget *Magnus-effektusnak*. Erre a jelenségre épül a Flettner-féle motor működési elve. Az alapját egy forgó henger alkotja amelyre, a mozgásirányra és a forgástengelyre merőleges irányú erő hat. Pl. az 1930-ban megépített Plymuth A-A-2004 repülőgépnél szárnyak helyett vízszintes tengelyű forgó hengerek szolgáltatják a felhajtóerőt (B–5 ábra). A repülő haladását szokásos propellerek biztosítják.



B–5 ábra

A henger által létrehozott felhajtóerő magyarázata némileg bonyolult. A jelenség elemzéséhez a B–6 ábrán látható leegyszerűsített modellt használjuk. A két vízszintes tengelyű forgó henger ($\mathrm{V_1}$ és $\mathrm{V_2}$) közti távolság l. A hengerek egy L szélességű szalagot mozgatnak v_r sebességgel. A rendszer a nyugalomban levő levegőben vízszintes irányban mozog $\boldsymbol{v}$ sebességgel, merőlegesen a hengerek tengelyére. A levegő a rendszerhez viszonyítva $\boldsymbol{v}_\mathrm{v} = -\boldsymbol{v}$ sebességgel áramlik. A szalagok közelében vékony légréteg jön létre, amely vízszintes irányú sebessége a szalag felett $v_\mathrm{r} + v_\mathrm{v}$, a szalag alatt $v_\mathrm{r} - v_\mathrm{v}$.

a) Határozzák meg a rendszerre ható $\boldsymbol{F}_\mathrm{v}$ felhajtóerő F_v nagyságát Bernoulli törvénye segítségével! Határozzák meg az F_v erő nagyságát a következő értékekre: $l = 1{,}5\ \mathrm{m}$, $L = 4{,}0\ \mathrm{m}$, $v = 80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ és $v_\mathrm{r} = 50\ \mathrm{m\,s^{-1}}$!



B–6 ábra

A német Martin Wilhelm Kutta és az orosz Nyikolaj Zsukovszkij alkották meg a jelenség matematikai modelljét, és megadták a forgó hengerre ható erő képletét. A felhajtóerőre kapott kifejezés megegyezik az általunk kapott F_v felhajtóerővel, ha a szalag l hosszát helyettesítjük a henger kerületének felével, és a szalag v_r sebességét a henger kerületi sebességével.

Dolgozzunk a B–5 ábrán látható repülővel, ahol két, egyenként $L = 4{,}0\ \mathrm{m}$ hosszúságú és $r = 30\ \mathrm{cm}$ sugarú (külön motorral meghajtott) henger biztosítja a felhajtóerőt. A hengerek fordulatszáma eléri az $N = 1\,200\ \mathit{min}^{-1}$ fordulatszámot. A repülő össztömege $m = 1\,000\ \mathrm{kg}$. A haladó mozgást egy szokványos propeller biztosítja.

b) Határozzák meg a repülő v_min sebességét felszálláskor, amelynél a repülő felemelkedik a kifutópályáról.

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $\rho = 1{,}2\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

59. ročník Fyzikálnej olympiády – ***Úlohy domáceho kola kategórie B***

Autori návrhov úloh:	Ivo Čáp 1, 2, 3, 4, 6, Kamil Bystrický 5, Dušan Nemec 7
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018