
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

Zadania úloh krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1 Kitölthető-e egy 8×8 -as táblázat hatosokkal és hetesekkel úgy, hogy a számok összege minden sorban osztható legyen öttel, s egyúttal a számok összege minden oszlopban osztható legyen héttel?

2 A pozitív valós számok körében oldd meg a következő egyenletrendszert:

$$x^2 + 2y^2 = x + 2y + 3z,$$

$$y^2 + 2z^2 = 2x + 3y + 4z,$$

$$z^2 + 2x^2 = 3x + 4y + 5z.$$

3 Adott az AB alapú egyenlőszárú ABC háromszög, és a C csúcshoz tartozó magasságvonalán egy P pont. Az AP egyenes az ABC háromszög körülírt körét az A -tól különböző Q pontban metszi. Az AB alappal párhuzamos P -re illeszkedő egyenes a BC szírat az R pontban metszi. Bizonyítsd be, hogy a QR félegyenes az AQB szög tengelye!

4 Bizonyítsd be, hogy végtelen sok összetett számot tartalmaz minden olyan egész számokból álló végtelen (a_0, a_1, a_2, \dots) sorozat, amelyben $a_0 \geq 1$ és minden n indexre

$$a_{n+1} \in \{2022a_n - 1, 2022a_n + 1\}.$$

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 11. januára 2022 od 8:30 do 12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže
