2017/2018
67. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z5*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v stredu 15. 11. 2017,*
druhá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017.)

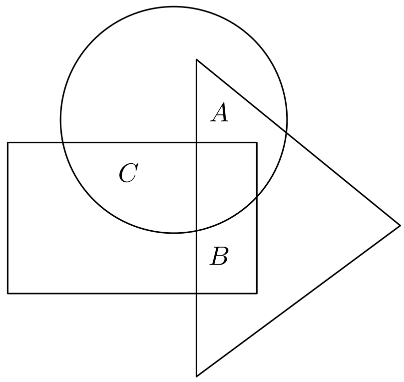
1. Janko dostal vreckové a chce si zaň kúpiť niečo dobré. Keby si kúpil štyri koláče, zvýšilo by mu 0,50 €. Keby si chcel kúpiť päť koláčov, chýbalo by mu 0,60 €. Keby si kúpil dva koláče a tri šišky, utratil by celé vreckové bezo zvyšku. Koľko stojí jedna šiška? (*Lenka Dedková*)

2. Jano mal tri klietky (čiernu, striebornú, zlatú) a tri zvieratá (morča, potkana a tchora). V každej klietke bolo jedno zviera. Zlatá klietka stála naľavo od čiernej klietky. Strieborná klietka stála napravo od klietky s morčaťom. Potkan bol v klietke napravo od striebornej klietky. Určte, v ktorej klietke bolo ktoré zviera. (*Libuše Hozová*)

3. Na obrázku je diagram so siedmimi políčkami. Nakreslite do neho hviezdičky tak, aby boli splnené všetky nasledujúce podmienky:

- Hviezdičiek je celkom 21.
- V každom políčku je aspoň jedna hviezdička.
- V políčkach označených A, B, C je dokopy 8 hviezdičiek.
- V políčkach označených A a B je dokopy menej hviezdičiek ako v políčku označenom C.
- V políčku označenom B je viac hviezdičiek ako v políčku označenom A.
- V kruhu je celkom 15 hviezdičiek, v trojuholníku celkom 12 hviezdičiek a v obdĺžniku celkom 14 hviezdičiek.

(*Eva Semerádová*)



Obr. 1

4. Eva s Marekom hrali bedminton a Viktor im počítal výmeny. Po každých 10 výmenách nakreslil Viktor krížik (X). Potom namiesto každých 10 krížikov nakreslil krúžok (O) a prislúchajúcich 10 krížikov zmazal. Keď Eva a Marek hru ukončili, mal Viktor nakreslené toto:

OOOXXXXXXX

Určte, koľko najmenej a koľko najviac výmen Eva s Marekom mohli zohrať. (*Miroslava Farkas Smitková*)

5. Zostrojte ľubovoľnú úsečku AS, potom zostrojte kružnicu k so stredom v bode S, ktorá prechádza bodom A.

1. Zostrojte na kružnici k body E, F, G tak, aby spolu s bodom A určovali obdĺžnik $AEFG$. Nájdite aspoň dve riešenia.
2. Zostrojte na kružnici k body B, C, D tak, aby spolu s bodom A určovali štvorec $ABCD$.

(*Lucie Růžičková*)

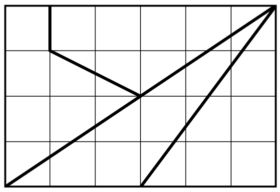
6. Na stole ležalo osem kartičiek s číslami 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Fero si vybral tri kartičky. Sčítal na nich napísané čísla a zistil, že ich súčet je o 1 väčší ako súčet čísel na zvyšných kartičkách. Ktoré kartičky mohli zostať na stole? Určte všetky možnosti. (*Libuše Hozová*)

2017/2018
67. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z6*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017,*
druhá trojica úloh v stredu 28. 2. 2018.)

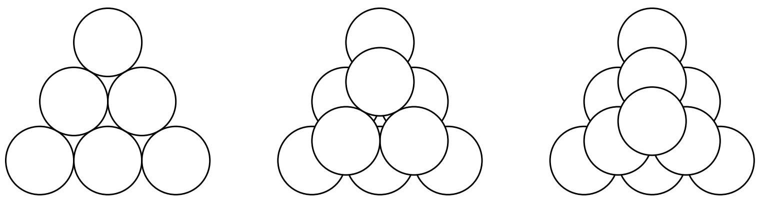
1. Anička a Blanka si napísali každá jedno dvojciferné číslo, ktoré začínalo sedmičkou. Dievčatá si zvolili rôzne čísla. Potom každá medzi obe cifry vložila nulu, takže im vzniklo trojciferné číslo. Od neho každá odčítala svoje pôvodné dvojciferné číslo. Výsledok ich prekvapil. Určte, ako sa ich výsledky líšili.
(*Libuše Hozová*)

2. Erika chcela ponúknuť čokoládu svojim trom kamarátkam. Keď ju vytiahla z batohu, zistila, že je polámaná ako na obrázku. (Vyznačené štvorčeky sú navzájom zhodné.) Dievčatá sa dohodli, že čokoládu ďalej lámať nebudú a lósom určia, aký veľký kúsok ktorá dostane. Zoraďte štyri kúsky čokolády od najmenšieho po najväčší. (*Katarína Jasenčáková*)



Obr. 1

3. Jano mal 100 rovnakých záváracích fliaš, z ktorých si staval trojboké pyramídy. Najvyššie poschodie pyramídy má vždy jednu fľašu, druhé poschodie zhora predstavuje rovnostranný trojuholník, ktorého strana pozostáva z dvoch fliaš, atď. Príklad konštrukcie trojposchodovej pyramídy je na obrázku.



1. poschodie 1. a 2. poschodie trojposchodová pyramída

Obr. 2

1. Koľko fliaš Jano potreboval na päťposchodovú pyramídu?
2. Koľko poschodí mala pyramída, na ktorú bolo použitých čo najviac Janových fliaš?

(*Katarína Jasenčáková*)

4. Veronika má klasickú šachovnicu s 8×8 políčkami. Riadky sú označené ciframi 1 až 8, stĺpce písmenami A až H. Veronika položila na políčko B1 jazdca, s ktorým možno pohybovať iba tak ako v šachu.

1. Je možné premiestniť jazdca štyrmi ťahmi na políčko H1?
2. Je možné premiestniť jazdca piatimi ťahmi na políčko E6?

Ak áno, popíšte všetky možné postupnosti ťahov. Ak nie, zdôvodnite, prečo to možné nie je.
(*Katarína Jasenčáková*)

5. V plechovke boli červené a zelené cukríky. Cyril zjedol $\frac{2}{5}$ všetkých červených cukríkov a Zuzka zjedla $\frac{3}{5}$ všetkých zelených cukríkov. Teraz tvoria červené cukríky $\frac{3}{8}$ všetkých cukríkov v plechovke. Koľko najmenej cukríkov mohlo byť pôvodne v plechovke? (*Lucie Růžičková*)

6. Zostrojte ľubovoľnú úsečku DS, potom zostrojte kružnicu k so stredom v bode S, ktorá prechádza bodom D.

1. Zostrojte rovnostranný trojuholník DAS, ktorého vrchol A leží na kružnici k.
2. Zostrojte rovnostranný trojuholník ABC, ktorého vrcholy B a C tiež ležia na kružnici k.

(*Lucie Růžičková*)

2017/2018
67. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z7*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017,*
druhá trojica úloh v stredu 28. 2. 2018.)

1. Peter povedal Pavlovi: „Napíš dvojciferné prirodzené číslo, ktoré má tú vlastnosť, že keď od neho odčítaš dvojciferné prirodzené číslo s tými istými ciframi napísanými v opačnom poradí, dostaneš rozdiel 63.“ Ktoré číslo mohol Pavol napísať? Určte všetky možnosti. (*Libuše Hozová*)

2. Dané sú dve dvojice rovnobežných priamok $AB \parallel CD$ a $AC \parallel BD$. Bod E leží na priamke BD, bod F je stredom úsečky BD, bod G je stredom úsečky CD a obsah trojuholníka ACE je $20\,\mathrm{cm}^2$. Určte obsah trojuholníka DFG. (*Vladimíra Semeráková*)

3. Zoologická záhrada ponúkala školským skupinám výhodné vstupné: každý piaty žiak dostáva vstupenku zdarma. Pán učiteľ 6.A spočítal, že ak kúpi vstupné deťom zo svojej triedy, ušetrí za štyri vstupenky a zaplatí 19,95 €. Pani učiteľka 6.B mu navrhla, nech kúpi vstupenky deťom oboch tried naraz, a tak budú platiť 44,10 €. Koľko detí z 6.A a koľko detí z 6.B išlo do zoo? (Cena vstupenky v centoch je celočíselná.) (*Libor Šimůnek*)

4. Na stole ležalo šesť kartičiek s ciframi 1, 2, 3, 4, 5, 6. Anežka z týchto kartičiek zložila šesťciferné číslo, ktoré bolo deliteľné šiestimi. Potom postupne odoberala kartičky sprava. Keď odobrala prvú kartičku, zostalo na stole päťciferné číslo deliteľné piatimi. Keď odobrala ďalšiu kartičku, zostalo štvorciferné číslo deliteľné štyrmi. Keď odoberala ďalej, získala postupne trojciferné číslo deliteľné tromi a dvojciferné číslo deliteľné dvoma. Ktoré šesťciferné číslo mohla Anežka pôvodne zložiť? Určte všetky možnosti. (*Lucie Růžičková*)

5. Prokop zostrojil trojuholník ABC, ktorého vnútorný uhol pri vrchole A bol väčší ako $60°$ a vnútorný uhol pri vrchole B bol menší ako $60°$. Juraj narysoval v polrovine určenej priamkou AB a bodom C bod D, a to tak, že trojuholník ABD bol rovnostranný. Potom chlapci zistili, že trojuholníky ACD a BCD sú rovnoramenné s hlavným vrcholom D. Určte veľkosť uhla ACB. (*Eva Semerádová*)

6. Vodník Chaluha nalieval hmlu do rozmanitých, rôzne veľkých nádob, ktoré si starostlivo zoradil na polici. Pri nalievaní postupoval postupne z jednej strany, žiadnu nádobu nepreskakoval. Do každej nádoby sa vojde aspoň deciliter hmly. Keby nalieval hmlu sedemlitrovou odmerkou, hmla z prvej odmerky by naplnila presne 11 nádob, hmla z druhej odmerky by naplnila presne ďalších 12 nádob a hmla z tretej odmerky by naplnila presne 7 nádob. Ak by použil päťlitrovú odmerku, tak hmla z prvej odmerky by naplnila presne 8 nádob, z druhej presne 10 nádob, z tretej presne 7 nádob a zo štvrtej odmerky presne 4 nádoby. Rozhodnite, či je tridsiata nádoba v poradí väčšia ako dvadsiata piata. (*Karel Pazourek*)

2017/2018
67. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017,
druhá trojica úloh v stredu 28. 2. 2018.*)

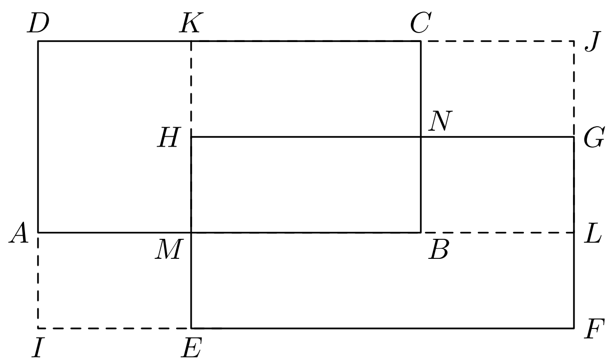
1. Vyjadrite číslo milión pomocou čísel obsahujúcich iba cifry 9 a algebrických operácií plus, mínus, krát, delené, mocnina a odmocnina. Určte aspoň tri rôzne riešenia. (*Lenka Dedková*)

2. V ostrouhlom trojuholníku KLM má uhol KLM veľkosť $68°$. Bod V je priesečníkom výšok a P je pätou výšky na stranu LM. Os uhla PVM je rovnobežná so stranou KM. Porovnajte veľkosti uhlov MKL a LMK. (*Libuše Hozová*)

3. Adelka mala na papieri napísané dve čísla. Keď k nim pripísala ešte ich najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok, dostala štyri rôzne čísla menšie ako 100. S úžasom zistila, že keď vydelí najväčšie z týchto štyroch čísel najmenším, dostane najväčší spoločný deliteľ všetkých štyroch čísel. Ktoré čísla mala Adelka napísané na papieri? (*Michaela Petrová*)

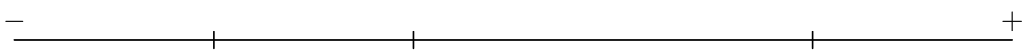
4. Roboti Róbert a Hubert skladajú a rozoberajú mlynčeky na kávu. Pritom každý z nich mlynček zloží štyrikrát rýchlejšie, ako ho ten druhý rozoberie. Keď ráno prišli do dielne, niekoľko mlynčekov už tam bolo zložených. O 9:00 začal Hubert skladať a Róbert rozoberať, presne o 12:00 Hubert dokončil skladanie mlynčeka a Róbert rozoberanie iného. Spolu za túto zmenu pribudlo 27 mlynčekov. O 13:00 začal Róbert skladať a Hubert rozoberať, presne o 19:00 dokončil Róbert skladanie posledného mlynčeka a Hubert rozoberanie iného. Spolu za túto zmenu pribudlo 120 mlynčekov. Za ako dlho zloží mlynček Hubert? Za ako dlho ho zloží Róbert? (*Karel Pazourek*)

5. Zhodné obdĺžniky $ABCD$ a $EFGH$ sú umiestnené tak, že ich zhodné strany sú rovnobežné. Body I, J, K, L, M a N sú priesečníky predĺžených strán ako na obrázku. Obsah obdĺžnika $BNHM$ je $12\,\mathrm{cm}^2$, obsah obdĺžnika $MBCK$ je $63\,\mathrm{cm}^2$ a obsah obdĺžnika $MLGH$ je $28\,\mathrm{cm}^2$. Určte obsah obdĺžnika $IFJD$. (*Eva Semerádová*)



Obr. 1

6. Priamka predstavuje číselnú os a vyznačené body zodpovedajú číslam a, $-a$, $a+1$, avšak nie nutne v tomto poradí. Zostrojte body, ktoré zodpovedajú číslam 0 a 1. Preberte všetky možnosti. (*Michaela Petrová*)



Obr. 2

2017/2018
67. ročník MO *Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9*

(*Termín odovzdania: prvá trojica úloh v stredu 15. 11. 2017,*
druhá trojica úloh v pondelok 11. 12. 2017.)

1. Vekový priemer všetkých ľudí, ktorí sa zišli na rodinnej oslave, bol rovný počtu prítomných. Teta Beta, ktorá mala 29 rokov, sa vzápätí ospravedlnila a odišla. Aj po odchode tety Bety bol vekový priemer všetkých prítomných ľudí rovný ich počtu. Koľko ľudí bolo pôvodne na oslave? (*Libuše Hozová*)

2. V lichobežníku $VODY$ platí, že VO je dlhšou základňou, priesečník uhlopriečok K delí úsečku VD v pomere $3 : 2$ a obsah trojuholníka KOV je rovný $13{,}5\,\mathrm{cm}^2$. Určte obsah celého lichobežníka. (*Michaela Petrová*)

3. Roboti Róbert a Hubert skladajú a rozoberajú mlynčeky na kávu. Pritom každý z nich mlynček zloží štyrikrát rýchlejšie, ako ho sám rozoberie. Keď ráno prišli do dielne, niekoľko mlynčekov už tam bolo zložených. O 7:00 začal Hubert skladať a Róbert rozoberať, presne o 12:00 Hubert dokončil skladanie mlynčeka a Róbert rozoberanie iného. Celkom za túto zmenu pribudlo 70 mlynčekov. O 13:00 začal Róbert skladať a Hubert rozoberať, presne o 22:00 dokončil Róbert skladanie posledného mlynčeka a Hubert rozoberanie iného. Celkom za túto zmenu pribudlo 36 mlynčekov. Za ako dlho by zložili 360 mlynčekov, keby Róbert aj Hubert skladali spoločne?
(*Karel Pazourek*)

4. Čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 sa chystali na cestu vlakom s tromi vagónmi. Chceli sa rozsadiť tak, aby v každom vagóne sedeli tri čísla a najväčšie z každej trojice bolo rovné súčtu zvyšných dvoch. Sprievodca tvrdil, že to nie je problém, a snažil sa číslam pomôcť. Naopak výpravca tvrdil, že to nie je možné. Rozhodnite, kto z nich mal pravdu.
(*Erika Novotná*)

5. Vnútri obdĺžnika $ABCD$ ležia body E a F tak, že úsečky EA, ED, EF, FB, FC sú navzájom zhodné. Strana AB je dlhá $22\,\mathrm{cm}$ a kružnica opísaná trojuholníku AFD má polomer $10\,\mathrm{cm}$. Určte dĺžku strany BC. (*Lucie Růžičková*)

6. Na priamke predstavujúcej číselnú os uvážte navzájom rôzne body zodpovedajúce číslam a, $2a$, $3a+1$ vo všetkých možných poradiach. Pri každej možnosti rozhodnite, či je také usporiadanie možné. Ak áno, uveďte konkrétny príklad, ak nie, zdôvodnite prečo. (*Michaela Petrová*)

Obr. 1