67. ročník Matematickej olympiády, 2017/2018

Úlohy krajského kola kategórie Z9 (maďarská verzia)

1. Egy táncverseny döntőjében öt versenyző párt egy 25-tagú zsűri minden tagja egyestől ötösig értékelt, ahogyan az iskolában, de minden jegyet pontosan egyszer használhatott. A verseny után közzétett táblázat szerint a párok átlagjegyei a következők voltak:

A pár	B pár	C pár	D pár	E pár
4,68	3,86	3,36	1,44	1,60

Nemsokára kiderült, hogy az egyik átlag tévesen lett a táblázatba írva. Keressétek meg a hibás átlagot és javítsátok ki!
Az egyik zsűritag az E-vel jelölt pár táncosának nagybácsija volt, de elfogultság nélkül igazságosan értékelte a párokat. A következő értékelést adta: 1 a D párnak, 2 az E párnak, 3 a B párnak, 4 a C párnak és 5 az A párnak. A kijavított eredmények kihirdetése után mégis azon gondolkodott, hogy első helyre tudta-e volna juttatni az E párt igazságtalanul előnyös értékeléssel. Állapítsátok meg, hogy meg tudta-e volna ezt tenni.

2. Az a, b számok mindegyike kifejezhető három 10-nél kisebb prímszám szorzataként. A 10-nél kisebb prímszámok mindegyike szerepel az a, b számok legalább egyikének felbontásában. Az a, b számok legnagyobb közös osztója megegyezik az $\frac{a}{15}$ és b legnagyobb közös osztójával valamint az a és $\frac{b}{4}$ számok legnagyobb közös osztójának kétszeresével. Határozzátok meg az a és a b számot!

3. Egy titokzatos szigeten kétféle bennszülött él: igazmondók (mindig kizárólag igazat mondanak) és hazugok (állandóan hazudnak). A kutatók találkoztak néhány csoport bennszülöttel. Minden alkalommal megkérdezték a csoport minden tagját, hogy hány igazmondó van a csoportjukban.

- Az egyik négytagú csoport válaszai mind ugyanazok a számok voltak.
- A másik csoport válaszai a következő számok voltak: 0, 1, 3, 3, 3, 4.

Hány igazmondó lehetett az egyik, és hány a másik csoportban? Határozzátok meg az összes lehetőséget!

4. A 4 cm-es oldalú $ABCD$ rombuszban, amelynek AC átlója is 4 cm hosszú, legyen K pont a BC oldal felezőpontja. Továbbá meg vannak szerkesztve az L és M pontok úgy, hogy a D és a K ponttal egy $KLMD$ négyzet csúcsait alkotják. Számítsátok ki a $KLMD$ négyzet területét!

A **Z9** kategória kerületi fordulójára

2018. március 27-én (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 12 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Mária Kmeťová

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018