Olympiáda mladých vedcov

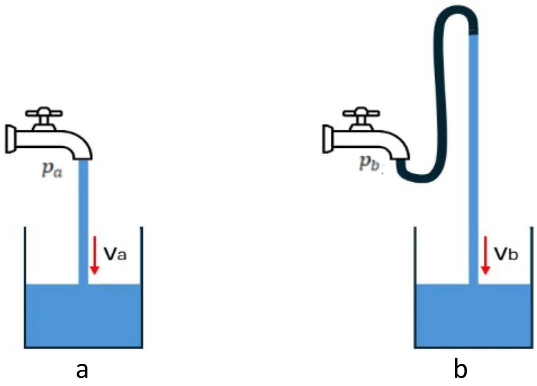
2025/2026

Školské kolo

Autorské riešenia

1. Na obrázkoch je znázornená voda (ideálna kvapalina) vytekajúca z kohútikov pod tlakmi p_a a p_b. V prípade a, vyteká voda priamo z kohútika a v prípade b, vyteká z hadice, ktorá je pripojená ku kohútiku. Ktoré tvrdenie o rýchlostiach dopadu vody na hladinu vody, za predpokladu $p_a = p_b$, je pravdivé?

   A. $v_a > v_b$,
   B. $v_a < v_b$
   C. $v_a = v_b$
   D. Na rozhodnutie nemáme dostatok informácií.



Riešenie:

Keďže tlak v oboch kohútikoch je rovnaký, tak aj rýchlosť vody v momente, kedy opúšťa kohútik, je rovnaká. V prvom prípade má voda pri kohútiku okrem kinetickej energie aj potenciálnu energiu, pričom pri dopade na hladinu sa celá premení na kinetickú energiu podľa zákonu zachovania energie. V druhom prípade začíname s úplne rovnakými podmienkami, čo sa týka rýchlosti vody, ktorá vyteká z kohútika. Teda voda začína s rovnakou kinetickou aj potenciálnou energiou. Časť tejto kinetickej energie sa premení na energiu potenciálnu pri výstupe vody v hadici. Keď voda vyteká z hadice, má opäť kinetickú aj potenciálnu energiu, avšak vzhľadom k zákonu zachovania energie je celková energia rovnaká ako na začiatku. Teda aj voda, ktorá dopadá na hladinu v druhom prípade bude mať rovnako veľkú rýchlosť ako v prvom prípade.

Správna odpoveď je C.

2. V dokonale tepelne izolovanej nádobe sme zmiešali 1 liter vody s teplotou 20 °C a 3 litre vody s teplotou 5 °C. Aká je finálna teplota zmesi?

   A. 16,25 °C
   B. 8,75 °C
   C. 12,5 °C
   D. 7,25 °C

Riešenie:

Ak zmiešame 2 kvapaliny s rôznou teplotou, nastane medzi nimi tepelná výmena. Pri tejto výmene jedna látka (tá s vyššou teplotou) teplo odovzdá a druhá látka (tá s nižšou teplotou) ho príjme. Ak si označíme teplejšiu kvapalinu indexom 1 a chladnejšiu indexom 2, tak platí:

$$Q_1 = Q_2.$$

Toto odovzdané/prijaté teplo spôsobí zmenu teploty u každej z látok, pričom podľa kalorimetrickej rovnice platí

$$Q_1 = m_1 \cdot c_{voda}(t - t_1),$$
$$Q_2 = m_2 \cdot c_{voda}(t_2 - t),$$

kde c_{voda} je hmotnostná tepelná kapacita vody, m_1 a m_2 sú hmotnosti jednotlivých kvapalín, t je teplota výslednej zmesi kvapalín a t_1 a t_2 sú teploty kvapalín pred ich zmiešaním. Dosadením dostávame

$$Q_1 = Q_2,$$
$$m_1 \cdot c_{voda}(t - t_1) = m_2 \cdot c_{voda}(t_2 - t),$$

pričom v tejto rovnici je aj naša neznáma t. Nepoznáme ani mernú tepelnú kapacitu vody ani hmotnosti jednotlivých látok. c_{voda} však môžeme vykrátiť, čím rovnica nadobudne tvar

$$m_1(t - t_1) = m_2(t_2 - t).$$

Ďalej si skúsime prepísať hmotnosť jednotlivých kvapalín pomocou vzťahu

$$m = \rho \cdot V,$$

čím dostaneme

$$V_1 \cdot \rho_{voda}(t - t_1) = V_2 \cdot \rho_{voda}(t_2 - t),$$

pričom člen ρ_{voda} možno vykrátiť, čím dostávame

$$V_1(t - t_1) = V_2(t_2 - t).$$

V tejto rovnici je už len 1 neznáma a to t. Po vyjadrení dostávame vzťah

$$t = \frac{V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2}{V_1 + V_2},$$

kde po dosadení hodnôt dostávame 8,75 °C.

Správna odpoveď je B.

3. Lúč dopadajúci na vodorovnú hladinu vody bazéna pod uhlom $\alpha = 65°$ vzhľadom na hladinu vody sa v ňom láme, pričom sa následne odráža od dna, ktoré je od hladiny vzdialené 2 m. Aká je vzdialenosť medzi bodom vstupu a výstupu tohto lúča na hladine vody bazéna? Index lomu vody $n_{voda} = 1{,}33$, index lomu vzduchu je $n_{vzduch} = 1$.

   A. 1,34 m

   B. 11,96 m

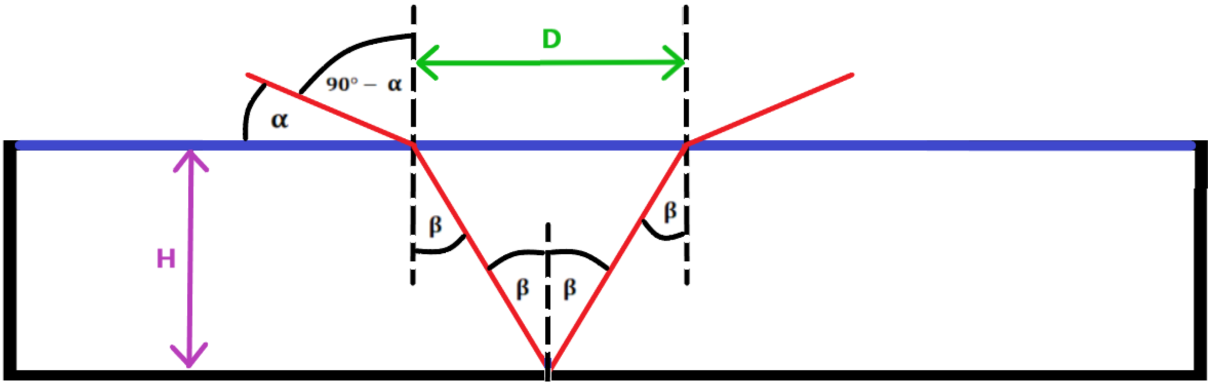
   C. 4,3 m

   D. 3,72 m

Riešenie:

Situácia je zobrazená na obrázku nižšie. V ňom je hĺbka bazéna, rovná 2 metrom, označená H a vzdialenosť miesta, kde lúč vstupuje do bazéna od miesta, kde z neho vystupuje, je označená D.

Vzdialenosť D je možno vypočítať s pomocou goniometrických vzťahov, ak budeme poznať uhol β (pretože výšku H už poznáme).



Uhol β je uhol lomu svetla pri jeho prechode zo vzduchu do vody. Keďže vieme dopočítať uhol dopadu (pretože ten nemáme zadaný), tak vieme dopočítať aj uhol lomu podľa Snellovho zákona. Platí

$$sin\, sin\, (90° - \alpha) \cdot n_{vzduch} = sin\, sin\, \beta \ \cdot n_{voda},$$

z čoho po úpravách dostávame

$$\beta = \left(\frac{sinsin\, (90° - \alpha) \cdot n_{vzduch}}{n_{voda}} \right).$$

Keď máme uhol lomu, tak vzdialenosť D vypočítame pomocou funkcie tangens ako

$$tan\, tan\, \beta = \frac{\frac{D}{2}}{H},$$

z čoho po pár úpravách a dosadení dostávame

$$D = 2H \cdot tan\, tan\, \left(\left(\frac{sinsin\, (90° - \alpha) \cdot n_{vzduch}}{n_{voda}} \right) \right).$$

Po dosadení dostávame, že vzdialenosť D je rovná približne 1,34.

Správna odpoveď je A.

4. Plyn v uzatvorenej nádobe bol stlačený, čím sa jeho objem zmenšil na polovicu. Výsledkom bolo, že

   A. počet molekúl plynu sa znížil na polovicu
   B. hustota plynu sa zdvojnásobila
   C. hmotnosť plynu sa znížila na polovicu
   D. priemerná vzdialenosť medzi molekulami sa zdvojnásobila

Riešenie:

Plyn je uzatvorený v nádobe, takže množstvo látky (počet molekúl) sa nemení, preto A ani C nemôžu byť správne. Správna nemôže byť ani možnosť D, pretože, ak sa objem zmenší, molekuly sa k sebe priblížia, takže priemerná vzdialenosť klesá, určite sa nezväčšuje.

Ak sa objem zmenší na polovicu, v nádobe zostáva rovnaký počet molekúl, len sú natlačené do menšieho priestoru. Hustota sa počíta ako $\rho_0 = m/V$. Keďže hmotnosť m (uzavretá nádoba) zostáva rovnaká a objem V sa zmenší na polovicu, hustota sa zdvojnásobí

$\rho = \frac{m}{\frac{V}{2}} = 2\frac{m}{V} = 2\rho_0$.

Správna odpoveď je B.

5. Júlia sa rozhodla zistiť hustotu telesa tak, že pomocou silomera zistila silu pôsobiacu na teleso vo vzduchu F_{vzduch} a silu pôsobiacu na teleso po jeho úplnom ponorení do vody F_{voda} s hustotou ρ_{voda}. Na odvodenie vzťahu pre výpočet hustoty telesa ρ_{telesa} použila 2. Newtonov pohybový zákon a vzťah $m = \rho \cdot V$. Ak je hustota telesa väčšia ako hustota vody, tak správny tvar vzťahu na výpočet hustoty telesa pri Júliiných známych údajoch je:

   A. $\rho_{telesa} = \rho_{voda} \cdot \left[\frac{1}{1+\frac{F_{vzduch}}{F_{voda}}}\right]$

   B. $\rho_{telesa} = \rho_{voda} \cdot \left[\frac{1}{1-\frac{F_{voda}}{F_{vzduch}}}\right]$

   C. $\rho_{telesa} = \rho_{voda} \cdot \left[1 + \frac{F_{voda}}{F_{vzduch}}\right]$

   D. $\rho_{telesa} = \rho_{voda} \cdot \left[1 + \frac{F_{vzduch}}{F_{voda}}\right]$

Riešenie:

Jediná sila, ktorá na teleso pôsobí vo vzduchu, je sila gravitačná, teda platí

$$F_{vzduch} = F_g = m \cdot g = \rho_{teleso} \cdot V \cdot g.$$

Keď teleso ponoríme celé do vody, tak na teleso okrem gravitačnej sily pôsobí aj vztlaková sila, teda platí

$$F_{voda} = F_g - F_{vzt} = m \cdot g - \rho_{voda} \cdot V \cdot g = \rho_{teleso} \cdot V \cdot g - \rho_{voda} \cdot V \cdot g.$$

Ak dáme tieto 2 vzťahy do pomeru, tak dostávame

$$\frac{F_{voda}}{F_{vzduch}} = \frac{\rho_{teleso} \cdot V \cdot g - \rho_{voda} \cdot V \cdot g}{\rho_{teleso} \cdot V \cdot g} = 1 - \frac{\rho_{voda}}{\rho_{teleso}}.$$

Postupnými úpravami dostávame

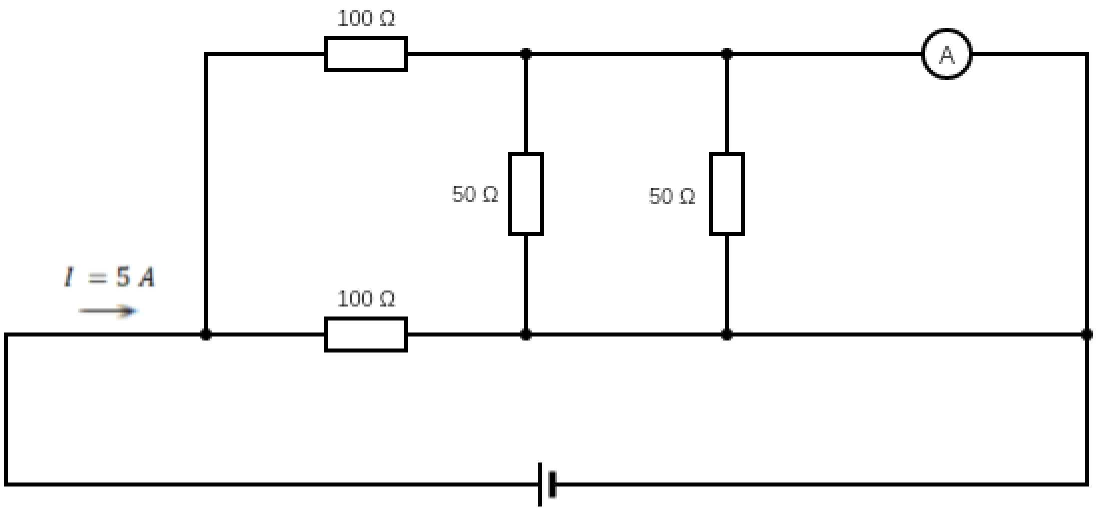
$$\frac{\rho_{voda}}{\rho_{teleso}} = 1 - \frac{F_{voda}}{F_{vzduch}}$$

$$\rho_{voda} = \rho_{teleso} \cdot \left[1 - \frac{F_{voda}}{F_{vzduch}}\right]$$

$$\rho_{teleso} = \rho_{voda} \cdot \frac{1}{\left[1 - \frac{F_{voda}}{F_{vzduch}}\right]}$$

Správna odpoveď je B.

6. Zistite veľkosť prúdu, ktorý prechádza ampérmetrom, ak poznáte hodnotu celkového prúdu v obvode I=5 A.



A. 2,3 A
B. 5 A
C. 2,5 A
D. 1 A

Riešenie:

Ak sa na obrázok pozrieme bližšie, tak zistíme, že obvod je symetrický. Je to spôsobené nie len rozmiestnením rezistorov, ale aj tým, že jednotlivé dvojice rezistorov majú rovnakú veľkosť odporov. Vstupný prúd (5 A) sa vzhľadom k symetrii rozdelí na polovicu, teda 2,5 A a 2,5 A. Prúd prichádzajúci do uzla má totiž tendenciu deliť sa v pomere tak, aby väčšia časť prúdu išla cestou menšieho odporu. Lenže v našom prípade má prúd na výber len 2 cesty, pričom obe obsahujú rezistory o odpore 100 Ω a 2 paralelne zapojené rezistory. Tieto 2 prúdy potom prechádzajú ďalej, až oba prídu k prvému paralelne zapojenému rezistoru. Prvý rezistorom o odpore 50 Ω neprechádza žiaden prúd. Situácia sa zopakuje pre druhý paralelne zapojený rezistor, nim taktiež nebude tiecť žiaden prúd. Prúd prechádzajúci cez ampérmeter bude teda rovnako veľký ako prúd prechádzajúci 100 Ω rezistorom, teda 2,5 A.

Správna odpoveď je C.

7. Pri normálnom atmosférickom tlaku je teplota varu vody na Kelvinovej teplotnej stupnici

A. 0 K
B. 100,15 K

C. 273,15 K

D. 373,15 K

Riešenie:

Pri normálnom atmosférickom tlaku voda vrie pri teplote 100 °C. prevodový vzťah medzi °C a K je T [K]= t [°C] + 273,15. Preto 100 °C zodpovedá teplota 373,15 K.

Správna odpoveď je D.

8. Turista kráčal po horskom chodníku rýchlosťou 2 km/h a potom sa vrátil do svojho východiskového bodu po tej istej trase rýchlosťou 6 km/h. Aká bola jeho priemerná rýchlosť počas celej cesty?

   A. 3 km/h

   B. 3,5 km/h

   C. 4 km/h

   D. 5 km/h

   Riešenie:

   Priemerná rýchlosť pohybu sa počíta $v_p = \frac{s_c\,(celá\ prejdená\ dráha)}{t_c\,(čas,za\ ktorý\ bola\ celá\ dráha\ prejdená)}$. Cestou tam aj späť prešiel turista rovnakú dráhu s, celá dráha $s_c = 2s$. Keď išiel tam, trvalo mu to čas $t_1 = \frac{s}{2}$, cesta späť mu trvala $t_2 = \frac{s}{6}$. Teda pre celkový čas platí $t_c = t_1 + t_2 = \frac{s}{2} + \frac{s}{6} = \frac{2s}{3}$. Po dosadení do vzťahu pre výpočet priemernej rýchlosti dostávame $v_p = \frac{2s}{\frac{2s}{3}} = 3\ \frac{km}{h}$.

   Správna odpoveď je A.

9. Určte strednú vzdialenosť planéty Urán od Slnka, ak je jej obežná doba 84 rokov. Výsledok vyjadrite v AU (AU – astronomická jednotka – 1AU = vzdialenosť Zeme od Slnka).

   A. 19,18 AU

   B. 769,87 AU

   C. 0,05 AU

   D. 4,38 AU

   Riešenie:

   Tretí Keplerov zákon hovorí, že pomer druhej mocniny obežnej doby (T) k tretej mocnine strednej vzdialenosti od Slnka (a) je pre všetky planéty rovnaký, t. j. $\frac{T^2}{a^3} = konš$. Teda ak tento pomer poznáme pre nejakú planétu, napr. Zem, nemáme problém dopočítať strednú vzdialenosť inej planéty. Pre Zem platí $a_z = 1\ AU,\ T_z = 1\ rok$. Preto

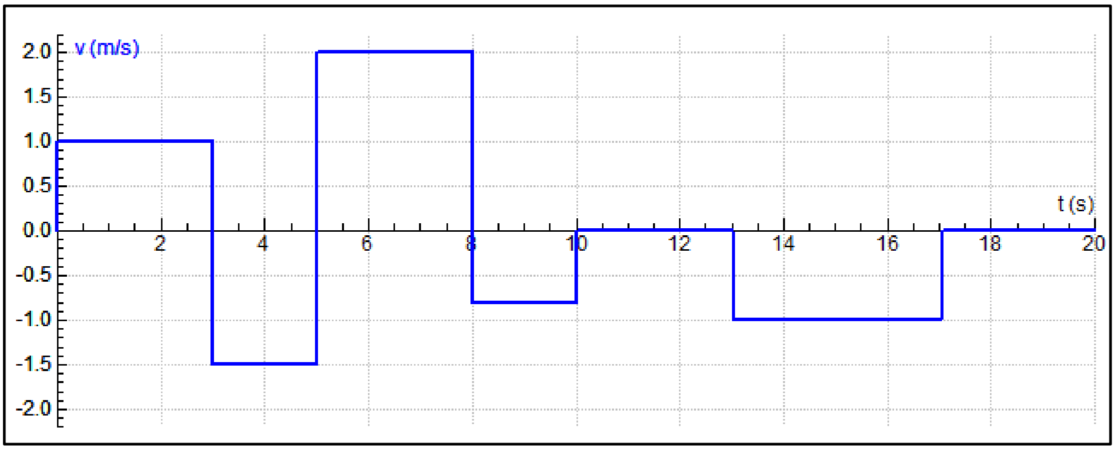
$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{{T_z}^2}{{a_z}^3} = 1$$

$$a^3 = T^2$$

$$a = \sqrt[3]{84^2} = 19{,}18\ AU$$

Správna odpoveď je A.

10. Na základe grafu závislosti rýchlosti od času vypočítate celkovú dráhu prejdenú telesom.



A. 17,6 m

B. 15 m

C. 35,2 m

D. 0,4 m

Riešenie:

Celkovú dráhu vypočítame ako súčet plôch pod grafom funkcie $v(t)$. Nezáleží na tom, či je daná plocha nad osou *x* alebo pod ňou – všetky obsahy sa sčítavajúj, prejdená dráha pri pohybe telesa sa nemôže zmenšovať. Preto

$$s = 1\,\frac{m}{s} \cdot 3\ \text{s} + 1{,}5\,\frac{m}{s} \cdot 2\ \text{s} + 2\,\frac{m}{s} \cdot 3\ \text{s} + 0{,}8\,\frac{m}{s} \cdot 2\ \text{s} + 1\,\frac{m}{s} \cdot 4\ \text{s} = 17{,}6\ \text{m}$$

Správna odpoveď je A.

Autori: doc. PaedDr. Klára Velmovská, PhD.
Mgr. Patrik Rezák

Recenzenti: doc. RNDr. Martin Plesch, PhD.
doc. RNDr. František Kundracik, PhD.

Redakčná úprava: doc. RNDr. Martin Plesch, PhD.
Celoštátne odborná komisia IJSO
Vydavateľ: Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava