

**67. ročník Fyzikálnej olympiády**  
v školskom roku 2025/2026  
celoštátne kolo kategória A

*text teoretických úloh v maďarskom jazyku*

**1. hasáb a hengeren**

A kísérleti feladatban egy henger felületére helyezett rúd rezgéseit vizsgálták, amelyek alapján mérések segítségével meghatározták a periódusidő alapvető függéseit különböző mennyiségektől. Ebben a feladatban a rúd rezgéseinek periódusára vonatkozó összefüggést kell levezetni, és ellenőrizni kell az elmélet és a kísérlet egyezését.

Egy  $r$  sugarú, vízszintes tengelyű, rögzített hengeren egyensúlyi helyzetben egy vízszintes, homogén rúd helyezkedik el, amelynek méretei:  $a$  (függőleges magasság),  $b$  (vízszintes szélesség) és  $\ell$  (hossz). A rúd legnagyobb mérete, a hossza, merőleges a henger tengelyének irányára. A rudat függőleges irányban kis  $\varphi \ll 1$  rad szöggel kitérítjük, majd elengedjük.

- a) Ábrázolják a rendszert a rúd egyensúlyi helyzetből való kitérítésekor, és jelöljék rajta a feladat megoldásához szükséges tényezőket!
- b) Határozzák meg a rúd és a henger méreteire vonatkozó feltételt, amelynek teljesülnie kell ahhoz, hogy a rúd az egyensúlyi helyzet körüli rezgést végezhesen!
- c) Vezessék le a rúd kis rezgéseinek  $T$  periódusidejét, feltételezve, hogy a rezgések kialakulásának feltétele teljesül!
- d) Ellenőrizzék, hogy a méréssel kapott eredmények megfelelnek-e a levezetett elméleti összefüggésnek! Egészítsék ki a táblázatot!

$\ell$ / cm	$a$ / mm	$b$ / mm	$r$ / mm	$T_{\text{exp}}$ / s	$T_{\text{teor}}$ / s	$\delta T$ / %
40	10	10	29	1,46		
40	50	10	34	2,38		
39	24	44	29	1,73		
21,2	44	24	27,4	0,77		
21,2	24	44	27,4	0,68		

## 2. Az űrszonda

A kutató űrhajó egy ismeretlen bolygó közelébe érkezett, és a bolygó körül körpályára állt. A bolygót először  $T_1 = 5\,832$  s alatt kerülte meg, majd másodszorra a keringési idő már csak  $T_2 = 5\,776$  s volt. A hajó személyzete arra a következtetésre jutott, hogy a hajó belépett a bolygó légkörébe, és a keringési idő megváltozását a közegellenállás okozza. A keringési idő fokozatosan csökkent, míg a tizedik keringés ideje  $T_{10} = 5\,358$  s, a tizennyolcadiké pedig  $T_{18} = 4\,989$  s lett. A személyzet körében vita alakult ki arról, hogy a közegellenállási erő miként függ a hajó sebességétől: egyenesen arányos a hajó sebességével, vagy inkább a sebesség négyzetével.

- Magyarázzák meg, miért rövidül a keringési idő a közegellenállás következtében?
- Vizsgálják meg a szükséges számítások alapján, és a mért keringési idők felhasználásával a közegellenállási erő mindkét javasolt sebességfüggését, és ítélik meg, hogy a felvetett függések közül melyik áll közelebb a valósághoz!
- Határozzák meg, milyen arányban változott meg a hajó sebessége tíz keringés alatt a bolygó körül, és milyen arányban változott meg a hajó pályájának sugara?

Tételezzék fel az egyszerűség kedvéért, hogy az egyes keringések során a sebesség változása csak csekély mértékű, a hajó az egyes keringések alatt megközelítőleg állandó sebességgel mozog, és körpályán halad!

## 3. A gravitációs vöröseltolódás

Einstein általános relativitáselmélete azt feltételezi, hogy a gravitáció, illetve a görbült téridő hatására, a fény hullámhossz eltolódást szenved. A jelenség közelítőleg leírható Newton gravitációs elméletének és Einstein tömeg–energia ekvivalenciaelvének felhasználásával is.

A gravitációs hullámhossz-eltolódás elképzelésének kísérleti igazolására már a múlt század közepén is történtek próbálkozások – először a Föld, majd a Nap gravitációs terét felhasználva. A földi körülmények között végrehajtott első sikeres igazolásra csak 1960-ban került sor (Robert Pound és Glen Rebka, Harvard Egyetem).

- Határozzák meg a Nap felszínéről hidrogénatomok által kibocsátott fény relatív  $\Delta\lambda/\lambda$  gravitációs vöröseltolódását, és hasonlítsák össze azt a spektrális vonal szélességével, amelyet a Nap felszínén lévő atomok rendezetlen mozgása által okozott Doppler-szélesedés eredményez. Vizsgálják meg, hogy a Nap spektrumában megfigyelhető-e a gravitációs vöröseltolódás!

A gravitációs hullámhossz-eltolódás megfigyelése a világegyetemben nagy sűrűségű égitesteket igényel. Ennek a feltételnek a „fehér törpék” (összeomlott csillagok) felelnek meg. Az első megfigyelt fehér törpe a Sirius B csillag (a legközelebbi fényes csillag, a Sirius A kísérője), amelynek létezését Bessel már 1844-ben feltételezte a Sirius A mozgása alapján, és amelyet Alvan Clark 1862-ben egy új távcső segítségével igazolt.

- Határozzátok meg a Sirius B felszínéről hidrogénatomok által kibocsátott fény relatív gravitációs hullámhossz-eltolódását, ha ismert, hogy tömege  $M^B = 0,978 M^S$ , ahol  $M^S$  a Nap tömege, sugara  $R^B = 0,94 R^Z$ , ahol  $R^Z$  a Föld sugara. A csillag felszíni hőmérséklete  $T^B = 25\,000$  K. Hasonlítsák össze ennek a gravitációs eltolódásnak az értékét a kibocsátott fény spektrális vonalának relatív szélességével.

#### 4. A nátrium spektrális vonalainak vizsgálata

A közvilágításban gyakran használt fényforrás a nátriumgőz-kisülőlámpa. Sugárzását domináns sárga szín jellemzi. Tudni, hogy a sugárzás sárga spektrális vonala kettős vonal, amely a  $\lambda_1 = 589,0$  nm és  $\lambda_2 = 589,6$  nm hullámhosszaknak felel meg. Ennek az ún. „nátrium-dublettnek” a kísérleti vizsgálatához lineáris optikai rácsot (párhuzamos rések sorozatát) használunk.

Először egyetlen rést vizsgáljunk.

- a) Mekkora legyen a rés  $a$  szélessége, hogy a rés sugárzási karakterisztikájának nulladrendű diffrakciós nyalábja a  $\lambda_1$  hullámhossz esetén  $\Delta\varphi = 120^\circ$  szögszélességű legyen, azon a szinten, ahol a sugárzás intenzitása nullára csökken. Hasonlítsátok össze az  $I_1/I_0$  arányt, vagyis az első és a nulladrendű diffrakciós nyaláb intenzitásmaximumának nagyságát.

Most tekintsük a párhuzamos résekből álló optikai rácsot.

- b) Mekkora legyen a rács  $d$  periódusa, hogy a  $\lambda_1$  hullámhosszú sugárzás elsőrendű diffrakciós nyalábjának maximuma a rácsra eső sugárzás irányától  $\varphi_1 = 30^\circ$  szöggel térüljön el?
- c) Határozzátok meg a rácsra eső fénynyaláb  $D$  szélességét úgy, hogy az optikai rácson való áthaladás után az elsőrendű diffrakciós nyalábban a nátrium-dublett vonalai felbonthatók legyenek.

Feltételezzük, hogy a fénynyaláb merőlegesen esik a rácsra, és a fény sík, monokromatikus hullám jellegű. A rácsot tekintsék kellően szélesnek a szükséges beeső fénynyaláb-szélességhez képest.

*Megjegyzés: A megoldás során használjátok fel a Huygens-elvet.*

*Megjegyzés: Előnyösen alkalmazható a fény elektromos, illetve mágneses intenzitásának komplex  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$  alakú leírása harmonikus hullámfüggvénnyel, ahol  $i$  az imaginárius egység,  $\mathbf{k}$  a hullámvektor, melynek nagysága  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\mathbf{r}$  a helyvektor,  $\omega$  a hullám körfrekvenciája,  $t$  pedig az idő.*

## Fyzikálne konštanty:

Tiažové zrýchlenie	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Gravitačná konštanta	$G = 6,674\times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}$
Rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 2,998\times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Boltzmannova konštanta	$k_B = 1,38065\times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Plynová konštanta	$R = 8,31446 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Avogadrova konštanta	$N_A = 6,02214\times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Stefanova–Boltzmannova konštanta	$\sigma = 5,67\times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Index lomu vzduchu	$n_0 = 1,00026 \text{ (norm. podm.)}$
Coulombova konštanta	$k = 8,99\times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Elektrická konštanta	$\epsilon_0 = 8,85\times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Magnetická konštanta	$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Elementárny náboj	$e = 1,602\times 10^{-19} \text{ C}$
Hmotnosť elektrónu	$m_e = 9,10938\times 10^{-31} \text{ kg}$
Hmotnosť protónu	$m_p = 1,67262\times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť neutrónu	$m_n = 1,67493\times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť $\alpha$ -častice	$m_\alpha = 6,64466\times 10^{-27} \text{ kg}$
Planckova konštanta	$h = 6,6261\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Redukovaná Planckova konštanta	$\hbar = 1,05457\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Bohrov magnetón	$\mu_B = 9,27401\times 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$
Polomer Zeme	$R_Z = 6,38\times 10^6 \text{ m}$
Hmotnosť Zeme	$M_Z = 5,97\times 10^{24} \text{ kg}$
Polomer Slnka	$R_S = 6,96\times 10^5 \text{ km}$
Hmotnosť Slnka	$M_S = 1,989\times 10^{30} \text{ kg}$
Teplota povrchu Slnka	$T_S = 5\,780 \text{ K}$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \quad \cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$$

Súčet geometrického radu  $\sum_{n=0}^N q^n = \frac{1-q^{N+1}}{1-q}$  pre  $q \neq 1$ .

*Výpis zo sylabu IPhO:*

Huygens' principle... Diffraction from one and two slits, diffraction grating... diffraction grating and its resolving power

---

### **Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A**

Návrh a spracovanie úloh: Ivo Čáp, Ľubomír Konrád

Recenzia úloh: Aba Teleki, Ľubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026