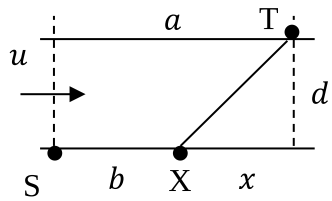
65. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2023/2024
1. kolo kategória C
Texty úloh v maďarskom jazyku

1. A folyóőr

A folyó jobb partján található a folyóőr (S pont). A folyó bal partján, a folyó áramlásával megegyező irányban $a = 100$ m-rel lejjebb tanyáznak a cserkészek (T pont), lásd a C–1 ábrát. Egy bizonyos pillanatban a folyóőr észleli a cserkészek segélykérő jelzését a táborukból. Azonnal a segítségükre indul. Hogy minél hamarabb elérje a cserkészeket, először a parton, $v_1 = 18\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ sebességgel futva, teszi meg a b távot, majd az X pontban a vízbe ugrik, és a folyóban az XT egyenesen mentén úszva éri el a táborhelyet. A folyó szélessége $d = 40$ m, és az áramlás sebessége u, ami a folyó teljes széltében állandó. Nyugodt vízben a folyóőr $v_2 = 5{,}4\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ sebességgel úszik.



C–1 ábra

a) Vezesd le a t időt, amely alatt a folyóőr elér a táborba, mint az $x = a - b$ távolság függvényét (használd a C–1 ábrát)!

b) Határozd meg a legrövidebb lehetséges t_1 időt és a megfelelő b_1 távolságot, ha a víz áramlási sebessége a folyóban $u = 0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

c) Ábrázold grafikonban a t időt az x távolság függvényeként, ha a víz áramlási sebessége $u = 1{,}2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$! Határozd meg a grafikonból a legrövidebb lehetséges t_2 időt, valamint az ennek megfelelő b_2 parton megtett út hosszát!

2. Felületi feszültség

Néhány rovarfaj, például a vízisáska (Hydrometra stagnorum) vagy a tavicsípő (Gerris lacustris), képes a víz felszínén mozogni. Életük nagy részét a víz felszínén töltik, és elegánsan mozognak rajta. Hogy közelebb hozzuk ezt az érdekes jelenséget, oldjuk meg a következő feladatot.

Helyezzünk óvatosan a víz felszínére egy vékony, lapos, hengeralakú alumínium korongot – az anyaga nem nedvesedik. Ha a korong nem túl vastag, akkor a víz felszínén marad.

a) Magyarázza meg, miért marad a vékony lapos korong a víz felszínén, és miért süllyed el a vastagabb korong, amikor a vízfelszínére helyezzük! Írja le, hogyan változik a folyadék felülete, amikor a korong fokozatosan behatol a folyadékba, és ábrázold a folyadék felszínének alakját a korong vízbe süllyedésének különböző szakaszaiban! Írja le a határesetet, amikor a víz „behajlik” a korong fölé, és a korong elsüllyed. Magyarázza el, hogy milyen erők hatnak a korongra, és hogyan vesznek részt annak úszásában vagy elsüllyedésében!

b) Határozza meg a korong maximális vastagságát, amelynél még a víz felszínén marad!

A víz felületi feszültsége $\sigma = 7{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$, vízsűrűsége $\rho_0 = 1{,}00\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$, az alumínium sűrűsége $\rho_{\mathrm{Al}} = 2{,}70\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$, a gravitációs gyorsulás $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

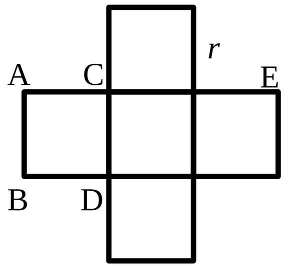
Megjegyzés: Használhatja azt az elképzelést, hogy a folyadék felszíne egy vékony hártya, amelynek alakja a folyadékra ható erőknek megfelelően változik, és szilárdsága a felületi feszültség értékével van meghatározva.

Javasoljuk, hogy próbálja ki, hogyan úszik az alumínium érme a vízen! Nyomja a vizbe az érmét, és figyelje meg, hogyan viselkedik a víz az érme szélén, valamint mikor folyik át a víz az érme pereme felett!

3. Ellenállási hálózat

A C–2 ábrán egy 16 azonos szakaszból álló hálózat látható. Minden szakasz azonos elektromos ellenállással rendelkezik, melyet r-vel jelölünk.

Amikor egy $U = 9{,}0$ V feszültségű áramforrást a C és D pontokhoz csatlakoztatjuk, az áramforrásban $I_1 = 500$ mA erősségű áram folyik.



C–2 ábra

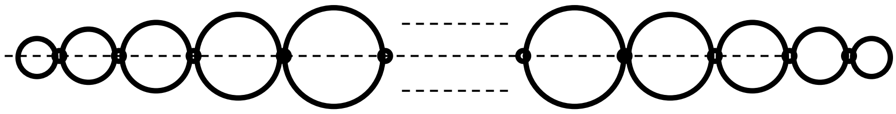
a) Határozza meg az egyes hálózatszakaszok ellenállását (r értékét)!

b) Milyen erősségű (I_2) áram fog folyni a áramforrásban, ha azt az A és B pontokhoz csatlakoztatjuk?

c) Milyen erősségű (I_3) áram fog folyni az áramforrásban, ha azt a B és E pontokhoz csatlakoztatjuk?

4. Vezető nyaklánc

Az aranyműves egy ezüstékszert készít a C–3 ábra alapján. A nyaklánc vékony, homogén ezüst drótból készül, és különböző átmérőjű gyűrűkből áll, melyeket apró fémcseppecskék kötnek össze.



C–3 ábra

Az ékszer tömege $m = 3{,}91\ \mathrm{g}$, és a két vége közt mért elektromos ellenállás $R = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \Omega$.

a) Határozza meg az ékszer L hosszát!

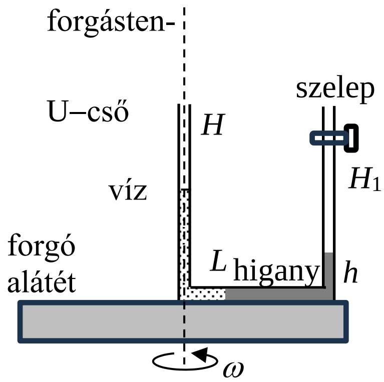
b) Határozza meg a használt ezüstdrót d átmérőjét és a felhasznált drót l hosszát!

Az ezüst sűrűsége $\rho_\mathrm{m} = 10{,}5\ \mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$, az ezüst fajlagosellenállása $\rho_\mathrm{R} = 1{,}49 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{cm}$. A gyűrűk összekapcsolásához használt fém tömegét és ellenállását ne vegyék figyelembe! A gyűrűk átmérője jelentősen nagyobb, mint a drót d átmérője.

5. Víz és higany egy U alakú csőben

Egy U alakú üvegcső vízszintes részének hossza $L = 20$ cm, és a két függőleges szárának hossza $H = 25$ cm, ahogy a C–4 ábra mutatja. A cső belső keresztmetszete azonos a teljes hosszában. A csövet rögzítették a vízszintes alátéten, amely forog az U alakú cső bal szárának tengelye körül. A jobb szára $H_1 = 20$ cm magasságban egy szeleppel elzárható.

A csőben lévő higany teljesen kitölti a cső vízszintes részét, a higanyoszlop hossza L.



C–4 ábra

a) Az első esetben az alátét nyugalomban, a szelep pedig nyitva van. Ekkor annyi vizet öntünk a cső bal szárába (a higanyt kezdi kiszorítani a cső jobb szárába), amíg a vízoszlop teljes hossza L lesz. Határozzák meg a higanyoszlop h_1 magasságát a cső jobb szárában!

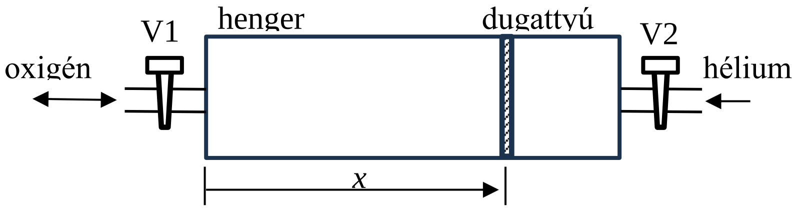
b) A második esetben rögtön az elején elzárjuk a szelepet, és megismételjük a folyamatot az a) részfeladatból. A cső bal szárába lassan vizet öntünk, amíg a vízoszlop teljes hossza L lesz. Milyen magas lesz (h_2) a higanyoszlop a cső jobb szárában?

c) A harmadik esetben, nyitott szelepnél, a higannyal azonos térfogatú vizet öntünk a cső bal szárába, majd a rendszert lassan forgatni kezdjük. Határozzák meg az N fordulatszámot, mint a cső jobb szárában levő higanyoszlop h magasságának függvényét egészen addig az értékig, amikor a víz teljesen kiszorítja a higanyt a cső vízszintes részéből! Rajzolják le ennek a függvénynek a grafikonját, és adják meg az alátét N_m fordulatszámát, ha $h = L$.

A víz sűrűsége $\rho_v = 1{,}0 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a higanyé $\rho_o = 13{,}5 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a levegő moláris tömege $M_m = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, a légköri nyomás $p_a = 100$ kPa. A csőben levő levegő hőmérsékletéről tételezzék fel, hogy a vízzel való feltöltéskor nem változik, állandó. A cső belső keresztmetszete kicsi az U alakú cső hosszához viszonyítva, a kapiláris jelenségeket ne vegyék figyelembe!

6. Gázok a hengerben

Egy vékonyfalú üveghengernek, melynek hossza $L = 50$ cm és belső keresztmetszete $S = 50\ \mathrm{cm}^2$, a két végén ven egy-egy bemenet, amelyeket a V1 ill. V2 szelepek zárnak (C–5 ábra). A henger belsejében szabadon mozog egy vékonyfalú dugattyú. A bal bemeneten oxigént vezethetünk be vagy ki a hengerből, a jobb bemeneten héliummal tölthetjük fel a hengert.



C–5 ábra

A bal V1 szelep először nyitva van. A dugattyú a jobb szélső helyzetben található ($x = L$). A jobb szelepen keresztül lassan héliumot engedünk a henger jobb részébe egészen addig, amíg a dugattyú teljesen a bal szélső helyzetébe nem jut ($x = 0$). Ekkor a henger szoba hőmérsékletű ($t_0 = 20$ °C) héliummal van feltöltve, a nyomása $p_\mathrm{a} = 100$ kPa. A folyamat végén a V2 szelepet elzárjuk.

a) Határozzák meg a hélium m_He tömegét a hengerben!

A bal bemenethez egy kompresszort kötünk, és lassan t_0 hőmérsékletű oxigént pumpálunk a hengerbe, mire a dugattyú elmozdul a hengerben. Először a pumpálás olyan lassú, hogy a gázok összenyomásakor keletkező hő távozik a henger falain keresztül, és a gázok hőmérséklete így nem változik.

b) Határozzák meg a dugattyú x_0 helyzetét, amikor a hengerben levő oxigén tömege azonos lesz a hengerben levő hélium tömegével!

c) Mekkora m_O tömegű oxigénnél lesz a dugattyú a henger közepén, és mekkora lesz ekkor a hengerben levő p_1 nyomás?

A kísérletet megismételjük, de ekkor az oxigént olyan gyorsan pumpájuk a hengerbe, hogy a keletkező hőnek nincs ideje távoznia.

d) Mekkora lesz a hélium t_2 hőmérséklete és p_2 nyomása, ha a dugattyút gyorsan visszük a henger közepére? Mennyi hőt (Q) kell elvezetnünk a héliumgázból, hogy a hőmérséklete szobahőmérsékletre (t_0) csökkenjen?

A hélium egyatomos, az oxigén kétatomos gáz. A számításokhoz szükséges adatokat megtalálhatók táblázatokban ill. az Interneten.

7. A Streiner-tétel

A testek forgásánál a test tehetetlenségét a tehetetlenségi nyomatéka fejezi ki. Míg a haladómozgást leíró $F = ma$ mozgásegyenletben a test tehetetlenségét a test m tömege fejezi ki, a forgást leíró $M = I\varepsilon$ mozgásegyenletben a test tehetetlenségét a forgástengelyre számított I tehetetlenségi nyomatéka (itt ε a forgás szöggyorsulása). A tehetetlenségi nyomaték tehát függ a forgástengelytől. Ha különböző, de egymással párhuzamos forgástengelyeket veszünk figyelembe, a test legkisebb I_0 tehetetlenségi nyomatéka a test tömegközéppontján áthaladó tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték. Ha a tehetetlenségi nyomatékot egy másik, de párhuzamos tengelyre számítjuk (amely távolsága a tömegközépponton áthaladó tengelytől a), azt a Steiner tétel adja meg

$$I = I_0 + ma^2, \tag{1}$$

ahol m a test tömege.

Feladat:

Győződjenek meg a Steiner-tétel érvényességéről, ehhez használják a fizikai inga lengőmozgását!

Eljárás:

Ingának egy homogén rudat vagy hasábot használjanak! Ebbe a testbe fúrjanak kisátmérőjű lyukakat, amelyekbe a tengelyt, pl. tűt fogják helyezni. Készítsenek megfelelő állványzatot, amelyben rögzíthetik a tengelyt, hogy a test lengőmozgást végezhessen a vízszintes tengely körül!

a) Határozzák meg az inga tömegközéppontját súlyvonalak segítségével!

b) Mérjék meg a kifúrt nyílások a_i távolságát a tömegközépponttól!

c) Mérjék meg, a lehető legpontosabban, az egyes nyílások körül végzett lengőmozgások T_i lengésidejét!

d) Határozzák meg, a fizikai inga lengésidejét megadó képletből

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}\,,$$

az adott tengelyre számított I_i tehetetlenségi nyomatékot!

e) Írják a kapott eredményeket jól áttekinthető táblázatba! Szerkesszék meg a kapott I tehetetlenségi nyomatékok grafikonját az a távolság függvényeként! A mennyiségeket úgy válasszák meg, hogy igazolni tudják az (1) képletben szereplő kvadratikus függést!

f) Határozzák meg a grafikonból a test a tömegközéppontján áthaladó tengelyére számított I_0 értékét, valamint a test m tömegét!

g) Határozzák meg a test tömegét mérleg segítségével! Határozzák meg a test súlypontján áthaladó tengelyre számított elméleti tehetetlenségi nyomatékát, amely $I_0 = \frac{1}{12}mc^2$, ahol c a hasáb alakú test forgástengelyre merőleges oldalának lapátlója, ill. a rúd hossza! Hasonlítsák össze az elméleti és kísérleti értékeket!

Megjegyzés: Ismételjenek meg minden mérést többször is, hogy megfelelő legyen a mérés pontossága! A mérési eredmények lejegyzésekor minden lépést jegyezzenek le és végezzenek becslést a mérési eredmények pontosságát illetően!

A kísérletet bonyolultabb alakú testtel is el lehet végezni, ekkor azonban nehezebb lesz megállapítani a test elméleti tehetetlenségi nyomatékát.

Fyzikálna olympiáda – 65. ročník – úlohy domáceho kola kat. C

Autori úloh:	Ľubomír Konrád 2, 3, 4, 5, 6, Ivo Čáp 1, 7
Recenzia úloh:	Aba Teleki, Ľubomír Mucha
Redakcia:	Ivo Čáp
Úlohy preložil:	Aba Teleki
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
	Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024