63. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2021/2022
kategória G – Archimediáda
riešenie úloh okresného kola

1) Labyrint

Riešenie:

a) Cesty detí labyrintom sú naznačené na obr. RG–1.

Peter prejde 418 štvorcov, Kristína 246 štvorcov.

Petrova cesta v labyrinte je dlhá s_P = 418 × 75 cm = 313,5 m. 2 b

Kristínina cesta v labyrinte je dlhá s_K = 246 × 75 cm = 184,5 m. 2 b

Plný počet bodov pri tolerancii 418 ± 2 a 246 ± 2. V oboch prípadoch je 1 bod za správne určenie krokov a v oboch prípadoch je 1 bod za správny výpočet dráhy.

b) Petrovi trvá cesta $t_P = \frac{s_P}{v_P}$ = 627 s. 1 b

Kristíne trvá cesta $t_K = \frac{s_K}{v_K}$ = 615 s. 1 b

Kristína vyrazila o 30 s neskôr, preto k východu z labyrintu (bod B) dorazí o 18 sekúnd neskôr ako Peter. 1 b

c) Ich cesty sú na začiatku identické, potom sa rozídu. Znova sa skrížia na dvoch miestach pred východom labyrintu.

Prvá možnosť je, keď Petrovi zostávajú 3 kroky do bodu B a Kristíne zostáva 15 krokov do bodu B. 1 b

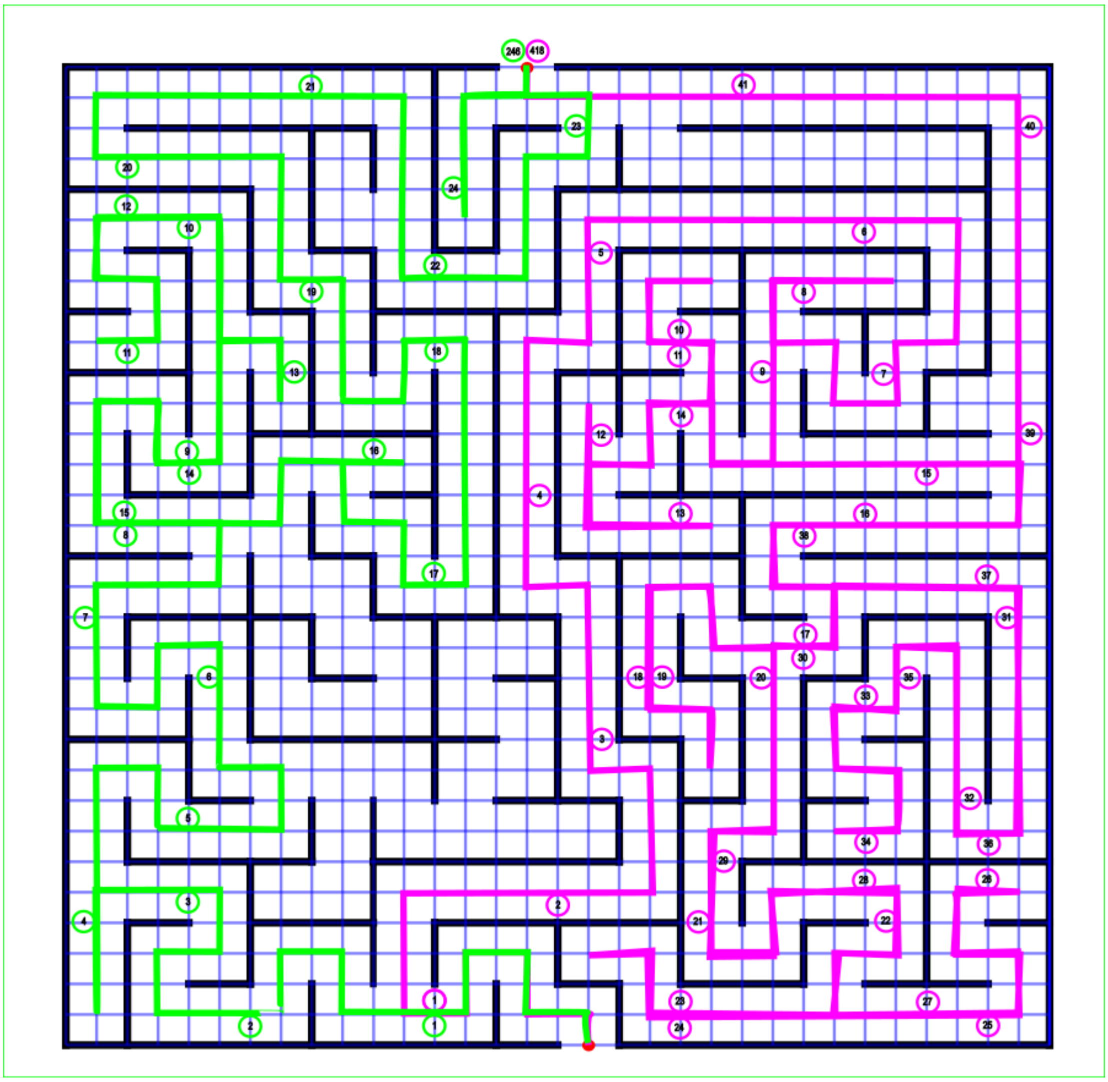
Aby sa stretli, musí platiť

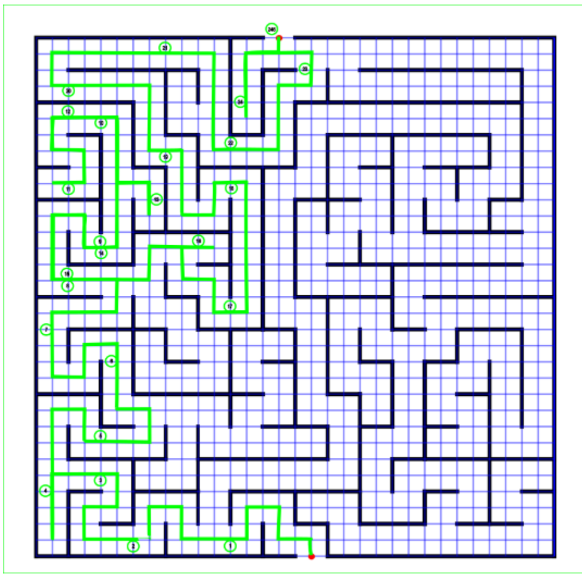
$$\frac{(418-3)(0{,}75\ \mathrm{m})}{0{,}5\ \mathrm{m/s}} = \frac{(246-15)(0{,}75\ \mathrm{m})}{0{,}3\ \mathrm{m/s}} + t\ ,$$ 1 b

odkiaľ dostávame $t = 45$ s.

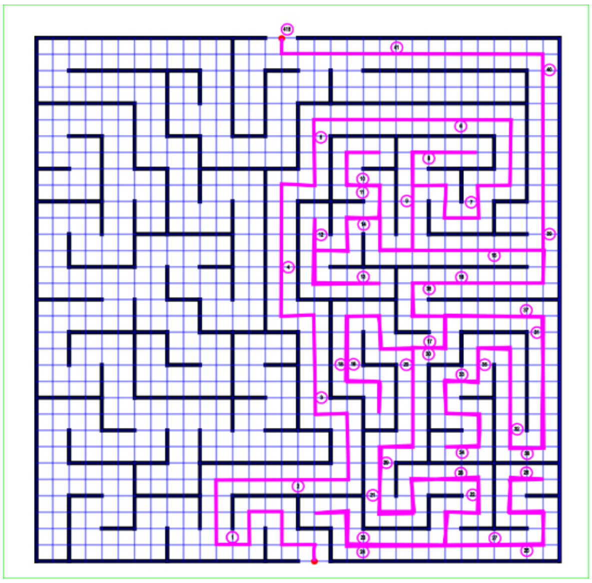
Kristína by musela vyraziť 45 sekúnd po Petrovi. 1 b

Poznámka: pokiaľ sa súťažiaci pomýli pri počítaní krokov, v ďalších častiach (tj. v častiach b a c) berieme nimi určené vzdialenosti a kroky za správne a nestrhávame body.





Kristína



Peter

Obr. RG–1

2) Teplotné stupnice

Riešenie:

a) Definícia Celziovej stupnice:

presná definícia – teplotnému rozdielu 1 kelvin zodpovedá 1 °C. Trojnému bodu vody zodpovedá teplota 0,01 °C

bežne používaná definícia – teplota tuhnutia vody pri normálnom tlaku je 0 °C, teplotný rozdiel 1 °C je 1/100 rozdielu teploty varu vody pri normálnom tlaku a teploty 0 °C.

jedna z definícií 2 b

b) Za každý správne vyplnený riadok (všetky údaje zaokrúhlené na 2 desatinné miesta, uvedená značka jednotky) 1 bod, čiastočne vyplnený riadok 0,5 bod, nevyplnený riadok 0 bodov.

Celkom max. 8 b

popis	Rømer	Fahrenheit	Celzius
Bod tuhnutia soľanky	0,00 °Rø	6,29 °F	−14,29 °C
Bežná telesná teplota	26,66 Rø	97,70 °F	36,50 °C
Bod topenia kuchynskej soli	428 Rø	1474 °F	801 °C
Povrchová Slnka	2895 Rø	9932 °F	5500 °C
Najvyššia nameraná teplota na Zemi	37,27 °Rø	134,07 °F	56,70 °C
Teplota, pri ktorej má voda najvyššiu hustotu	9,59 Rø	39,16 °F	3,98 °C
Bod tuhnutia destilovanej vody pri normálnom tlaku	7,50 Rø	32,00 °F	0,00 °C
Bod varu destilovanej vody pri normálnom tlaku	60,00 Rø	212,00 °F	100,00 °C

3) Kocky ľadu

Riešenie:

a) Po položení 11-ej kocky ľadu je objem ponorenej časti ľadového stĺpca $V_v = 10{,}0\ \text{cm}^3$. 1 b

Hmotnosť vytlačenej vody $m_v = \rho_v V_v = \left(1{,}000\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(10{,}0\ \text{cm}^3\right) = 10{,}0\ \text{g}$. 1 b

Podľa Archimedovho zákona je hmotnosť (presnejšie tiaž) ľadovým stĺpcom vytlačenej vody rovný hmotnosti (tiaži) ľadového stĺpca, preto hmotnosť ľadového stĺpca $m = m_v = 10{,}0$ g. 2 b

Celkový objem ľadového stĺpca $V = 11{,}0\ \text{cm}^3$. 1 b

Hustota ρ ľadu je $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{10{,}0\ \text{g}}{11{,}0\ \text{cm}^3} = 0{,}909\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 909\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. 1 b

b) Výška vodného stĺpca $h = 10{,}0$ cm v odmernom valci zodpovedá objemu $V_{100} = 100{,}0$ ml. 1 b

Ľadový stĺpec z 11-ich kociek ľadu vytlačí objem vody $V_v = 10{,}0$ ml, preto vodná hladina v odmernom valci sa zvýši o 1,0 cm. Výška vodného stĺpca tak bude 11,0 cm. 1 b

c) Obsah valca (voda a 11 kociek ľadu) má hmotnosť $m_o = \left(110\ \text{cm}^3\right)\left(1{,}000\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right) = 110{,}0\ \text{g}$. 1 b

Ak označíme hmotnosť prázdneho valca M_0, potom podľa zadania

$M_0 + m_o = \left(1 + \dfrac{1}{3}\right) M_0$, odkiaľ dostávame $M_0 = 3\,m_o = 330{,}0$ g. 1 b

4) Kanvice

Riešenie:

a) Pre čo najefektívnejšie vyrovnanie teplôt je vhodné postupne spájať kanvice s najvyššou a najnižšou teplotou. Ak sa teploty nevyrovnajú po prvom úkone, pokračujeme spojením kanvice s najvyššou teplotou s kanvicou s najnižšou teplotou, a tak postupujeme ďalej. 2 b

Pre 1. prípad

b1) Úlohu splníme ak spojíme kanvicu A a C. Nakoľko sú kanvice identické, teplota sa ustáli na teplote

$$t_a = \frac{t_A + t_C}{2} = 32{,}5\ °C = t_B.$$

Výsledná teplota všetkých troch kanvíc je rovnaká a úloha je splnená. 2 b

V tomto prípade stačí jediný úkon.

c1) Keďže sú kanvice rovnaké, výsledná teplota po vyrovnaní je priemerom troch začiatočných teplôt

$$t_v = \frac{t_A + t_B + t_C}{3} = 32{,}5\ °C. \qquad 2\ b$$

Pre 2. prípad

b2) Zapíšeme úkony a teploty do tabuľky nasledovne.

Spojenie kanvíc	t_A / °C	t_B / °C	t_C / °C	Δt_m / °C
Na začiatku	64,0	34,0	64,0	30,0
AB	49,0	49,0	64,0	15,0
BC	49,0	56,5	56,5	7,5
AB	52,75	52,75	56,5	3,75
BC	52,75	54,63	54,63	1,88
AB	53,69	53,69	54,63	0,94
...				

Vidíme, že na rozdiel najvyššej a najnižšej teploty postupne klesá.

Na pokles maximálneho rozdielu teplôt pod 1 °C je potrebných 5 úkonov. 2 b

c2) Keďže sú kanvice rovnaké, výsledná teplota po vyrovnaní je priemerom troch začiatočných teplôt

$$t_v = \frac{t_A + t_B + t_C}{3} = 54\ °C.$$

63. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy okresného kola kategórie G*

Autori návrhov úloh: Aba Teleki (1, 3), Boris Lacsný (2, 4)
Recenzia: Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2022